

## Funciones de razón para la estimación de los volúmenes maderables de Pino radiata en el País Vasco

L. Chauchard\* y R. Sbrancia

Universidad Nacional de Comahue. 8370 San Martín de los Andes. Argentina  
IKT, S. A. Granja Modelo. 01192 Arkaute. España

---

### Resumen

En el proyecto de actualización de las tablas de producción para las repoblaciones de *Pinus radiata* D. Don en el País Vasco se evaluaron los ajustes de cuatro funciones de razón de volumen. Estas funciones permiten estimar los volúmenes de distintos productos a partir de los diámetros finales utilizables, del diámetro normal del árbol y de una función de volumen total de árbol individual. Para los ajustes se utilizó una muestra de 71 árboles. Los árboles se cubieron con la fórmula de Smalian, y se obtuvo para cada uno el volumen total con corteza y los volúmenes maderables con corteza a puntas finas o delgadas de 7, 10, 15, 20, 25 y 30 cm. A pesar de que todas las funciones tuvieron muy buenos ajustes y demostraron gran precisión en las estimaciones de los volúmenes maderables, mejorando con el aumento del tamaño del árbol, el modelo 1 de Parresol ha sido el que mejores resultados entregó. Este tipo de funciones se consideran novedosas para esta especie en España.

**Palabras clave:** volumen, *Pinus radiata*, razón de volumen, tabla de volumen, volumen comercial.

### Abstract

#### Volume ratio models for prediction of merchantable volumes of Radiata pine in the Basque Country

Four volume ratio equations were fitted as part of a *Pinus radiata* yield tables updating project in plantations within the Basque Country. In this approach, volume ratio equation gives the proportion of merchantable volume to total volume using final diameter and breast height diameter as independent variables. For models fitting, data from 71 felled trees were used. Trees were cubed by the Smalian formula, obtaining from each one both, the total volume over bark and the merchantable volume over bark for 7, 10, 15, 20, 25 and 30 cm of final diameter. Despite the four models exhibited a high precision to estimate merchantable individual volume, the model 1 (Parresol) had the best performance. They are considered original for this species in Spain.

**Key words:** volume measurement, *Pinus radiata*, Monterey pine, volume table, merchantable volume.

---

### Introducción

*Pinus radiata* es la principal especie repoblada del País Vasco con cerca de 150.000 ha (Gobierno Vasco, 1997). También constituye una de las coníferas más utilizada en las plantaciones recientes en la Cornisa Cantábrica. En Galicia se estima que existen en la actualidad entre 60.000 y 70.000 ha (Sánchez *et al.*, 1997).

En el País Vasco está en marcha un proyecto de actualización de las tablas de producción de la especie y la eficiente estimación de los volúmenes de los distintos productos es una tarea clave en el desarrollo y utilización de las mismas.

Un procedimiento usual para estimar diferentes volúmenes maderables es ajustar modelos independientes para cada uno de ellos. Este procedimiento presenta como principal problema el riesgo de que las funciones se aproximen en sus estimaciones de volúmenes maderables diferentes o aún peor, se crucen. Consecuentemente, se producen estimaciones inconsistentes para diferentes volúmenes maderables del mismo árbol (Cao *et al.*, 1980).

Dos metodologías logran solucionar el problema de producir estimaciones inconsistentes de los volúmenes maderables. Una de ellas la constituye las ecuaciones que describen el perfil del árbol y que en un paso posterior permiten realizar la estimación del volumen contenido en el fuste hasta un determinado diámetro en punta delgada o altura dada. La otra consiste en estu-

---

\* Autor para la correspondencia: chauchard@smandes.com.ar  
Recibido: 26-07-04; Aceptado: 27-04-05.

diar la relación entre el volumen maderable pretendido y el volumen total para distintas clases de tamaños de árboles. Estas relaciones que expresan proporciones entre distintos volúmenes se denominan razón de volumen ( $r$ ), cuyo concepto fue introducido por Burkhart en la década de los '70 (Burkhart, 1977). Desde esa fecha, se han ido desarrollando algunas variantes que tienen interesantes perspectivas, por los excelentes resultados que ha demostrado poseer el método (Cao *et al.*, 1980; Prodan *et al.*, 1997).

Con el objetivo de obtener una herramienta para estimar volúmenes de distintos productos de *Pinus radiata*, Castedo y Álvarez (2000) y Rodríguez *et al.* (2003) evaluaron en forma muy completa la aplicación de diferentes funciones para describir el perfil del tronco de esta especie en el Norte de España. En particular Rodríguez *et al.* (2003) emplearon datos del País Vasco.

Recientemente, con el objetivo de desarrollar las tablas de producción de esta especie para Galicia, Sánchez *et al.* (2003) ajustaron funciones de masa independientes para volúmenes maderables con corteza para cuatro puntas delgadas, 7 ( $v_7$ ), 14 ( $v_{14}$ ), 20 ( $v_{20}$ ) y 30 ( $v_{30}$ ) cm, con las cuales obtuvieron luego funciones de razón, también independientes entre sí, relacionando los volúmenes maderables a puntas delgadas de 14, 20 y 30 cm con el volumen en punta delgada de 7 cm ( $v_x/v_7$ ). Dichas funciones independientes de razón de volumen tienen como variable regresora el diámetro medio cuadrático del rodal ( $Dg$ ) y tienen la expresión propuesta por Alder (1980):

$$100 (v_x/v_7) = 100 - a \exp(-b Dg)$$

siendo  $v_x$  el volumen maderable por hectárea en puntas delgadas de 14, 20 ó, 30 cm y los parámetros de la ecuación son particulares para cada uno de estos volúmenes estudiados.

Tal expresión presenta varias desventajas, por un lado provienen de funciones independientes de volúmenes maderables, con las limitaciones expresadas anteriormente, y por otro lado son también específicas e independientes entre sí, permitiendo solamente obtener el volumen a la punta delgada establecida para el ajuste. Sin embargo, introducen a partir de la propuesta de Alder (1980) un concepto interesante, como lo constituye el de las funciones de razón entre volúmenes de masa.

Los modelos de razón de volumen poseen una serie de ventajas, a) son conceptual y matemáticamente simples, b) generan salidas consistentes (ejemplo, nunca

un volumen comercial en punta delgada de 15 cm será mayor que el obtenido en punta delgada de 14 cm), c) una misma función permite estimar distintos volúmenes comerciales entre los rangos de diámetros en punta delgada utilizados en la construcción, y d) permite acoplarse a cualquier tipo de función de volumen individual-local, estándar o universal.

Dados los múltiples productos que se pueden obtener de la corta de un rodal y los rápidos cambios en los estándares de utilización por parte de las industrias, es importante poder estimar los volúmenes para distintos diámetros en punta delgada. Estos volúmenes estimados deberían estar consistente y lógicamente relacionados de manera que su suma arroje el volumen total del fuste o árbol (Avery y Burkhart, 1994).

Existen dos grupos generales de funciones de razón de volumen, aquellas que la estiman a partir de dos variables independientes, el diámetro mínimo en punta delgada ( $dc$ ) del producto deseado y el diámetro normal ( $dn$ ) del árbol, mientras que otras incorporan las alturas total y maderable del árbol. En el presente trabajo se presentan los resultados de ensayar los ajustes de modelos de razón que emplean los diámetros como variables de entrada. Tales modelos locales se han escogido porque favorecen su inserción en el algoritmo para la construcción de las tablas de producción de la especie, debido a que no se utilizan en dicho algoritmo las variables altura total individual y media del rodal.

## Material y Métodos

Los pasos seguidos para desarrollar las funciones de razón ( $r$ ) fueron: (1) Determinación de los volúmenes total y maderables de cada árbol de la muestra, (2) Cálculo de las razones para los diferentes volúmenes comerciales pretendidos, (3) Ajuste estadístico de los modelos que relacionan ( $r$ ) y las variables  $dc$  y  $dn$ , (4) Evaluación y comparación de las funciones a través de sus estadísticos y de sus estimaciones.

## Base de datos

Para el presente estudio se emplearon árboles apeados en diversos estudios realizados en el País Vasco y cuyos registros están disponibles en el Instituto de Investigación del País Vasco (IKT, S. A).

El procedimiento para el desarrollo de las funciones es el de determinar para cada árbol de la muestra el volumen de referencia, que para el presente estudio fue el volumen total con corteza, y los distintos volúmenes maderables hasta diferentes diámetros en punta delgada con corteza. Los volúmenes maderables estudiados fueron los contenidos hasta los siguientes diámetros en punta delgada del fuste: 7, 10, 15, 20, 25 y 30 cm. Para la elección del rango se consideraron los usos industriales, considerando el desenrollo como el proceso de transformación que requiere los mayores diámetros en punta delgada.

Los árboles fueron troceados a distancias de entre uno y dos metros, se midieron los diámetros con y sin corteza en cruz en cada corte y finalmente se cubicaron según la fórmula de Smalian, aplicando a la sección final que contiene el ápice la fórmula del cono. Cuando el diámetro en punta delgada se encontraba entre los dos cortes de la troza, el volumen maderable correspondiente se calculó por interpolación.

Para los ajustes de los modelos se utilizaron 71 árboles de las tres provincias vascas. Estos árboles provienen de un amplio abanico de calidades de estación, edades y densidades (Tabla 1).

**Tabla 1.** Datos promedios y los rangos de las variables que expresan la representatividad de la muestra utilizada

Parámetro	Máximo	Promedio	Mínimo
Índice de Sitio (m)*	33	24	13
Edad (años)	51	27	11
Densidad (N.º pies/ha)	2.447	624	68
Diámetro Normal (cm)	85	36	16
Volumen Total (m <sup>3</sup> )	10,53	1,36	0,14

\* El Índice de Sitio representa la altura dominante del rodal a los 25 años (Chauchard, 2001; Chauchard y Olalde, 2003).

## Modelos ensayados

Dada la utilización que se pretende, se han estudiado cuatro modelos de razón de volumen que emplean sólo las variables diámetro normal ( $dn$ ) y diámetro en punta delgada ( $dc$ ) como variables independientes. Los autores de los mismos han sido citados como: Parresol (Pece, 1994), Burkhart (Burkhart, 1977; Cao *et al.*, 1980; Avery y Burkhart, 1994; Pece, 1994; Prodan *et al.*, 1997), Van Deusen (Prodan *et al.*, 1997) y Cao *et al.* (1980).

### Modelo 1: Parresol

Es una función exponencial que permite cumplir con la condición de que cuando  $dc$  se aproxima a cero,  $r$  tiende a uno.

$$r = \exp\left(a \frac{dc^b}{dn^c}\right)$$

### Modelo 2: Burkhart

Modelo multiplicativo en el cual el parámetro  $a$  es siempre negativo, permitiendo así que se cumpla con la restricción de que la razón volumétrica ( $r$ ) sea siempre menor o igual a uno y que tienda a uno cuando el  $dc$  tienda a cero (Pece, 1994).

$$r = 1 + a \frac{dc^b}{dn^c}$$

### Modelo 3: Van Deusen

Es el modelo de Parresol simplificado, de dos parámetros.

$$r = \exp\left(a \left[\frac{dc}{dn}\right]^b\right)$$

### Modelo 4: Cao et al.

Es un polinomio de sexto grado condicionado (la variable de respuesta del ajuste es  $r-I$ ). Al ser condicionado cuando el  $dc$  se aproxima a cero, la razón tiende a uno y con ello el volumen maderable se aproxima al volumen total. Hay una variante simplificada con un solo término presentada por Prégent *et al.* (2001) y que además constituye una variante del modelo de Burkhart.

$$r = 1 + a \frac{dc}{dn} + b \left(\frac{dc}{dn}\right)^2 + c \left(\frac{dc}{dn}\right)^3 + d \left(\frac{dc}{dn}\right)^4 + e \left(\frac{dc}{dn}\right)^5 + f \left(\frac{dc}{dn}\right)^6$$

donde:

- $r$  = razón de volumen del árbol individual [ $vc/v$ ].
- $dc$  = diámetro en punta delgada o fina.
- $dn$  = diámetro normal.
- $a, b, c, d, e, f$  = parámetros del modelo.
- $vc$  = volumen comercial con corteza hasta una determinada punta delgada en el fuste.
- $v$  = volumen total con corteza.

Para los ajustes de los modelos se utilizaron técnicas de regresión lineal múltiple y regresión no lineal, siguiendo para esta última el procedimiento iterativo de Marquardt (Draper y Smith, 1979; Pérez, 1996, 1998). La variable razón de volumen ( $r$ ) sufrió transformaciones para el ajuste estadístico de algunos de los modelos. Los modelos 1 y 3 se ajustaron con regresión no lineal y la variable de respuesta no fue transformada; el modelo 2 se ajustó por regresión lineal múltiple una vez linealizado con logaritmos y transformada la variable de respuesta como  $(1-r)$ . Con el modelo 4, se utilizó la regresión lineal múltiple para un polinomio condicionado de sexto grado, de manera que la variable de respuesta fue transformada como  $(r-1)$ ; los términos del polinomio fueron evaluados mediante el método de selección paso a paso hacia adelante. Primero se evaluaron los valores parciales de  $F$  con el ingreso de cada variable al modelo. Con esta información se decidió el valor de  $F$  de ingreso y de salida de cada variable para alcanzar el modelo final y además se fue evaluando la mejora en la precisión a través del coeficiente de determinación ajustado, con el aumento del número de parámetros o variables del modelo.

### Evaluación de los modelos

Los ajustes fueron evaluados estadísticamente a través del coeficiente de determinación corregido por el número de parámetros ( $R^2_{aj}$ ), para comprobar la significación de cada uno de los parámetros de ajuste se aplicó un contraste individual con la prueba  $t$  de Student, el análisis gráfico de los residuos para detectar problemas de heterocedasticidad y autocorrelación y finalmente se aplicó el test de Durbin-Watson ( $dw$ ) (Pérez, 1996, 1998) para detectar autocorrelación de los residuos. En virtud de la dependencia existente entre los volúmenes que provienen de un mismo árbol, puesto que el volumen contenido hasta un cierto diámetro en punta fina se relaciona con el volumen observado hasta otra punta fina, se supone la posible existencia de una correlación serial entre los residuos del tipo autorregresivo de orden 1 [AR (1)] (Prégent *et al.*, 2001). El contraste Durbin-Watson permite detectar este tipo de autocorrelación (Pérez, 1998). Dicho estadístico ( $dw$ ) es comparado, en una forma simplificada del método propuesta por Draper y Smith (1979), contra un valor crítico dado en forma tabular ( $du$ ). Si  $dw < du$  se estaría en presencia de correlación serial de los residuos y debería aplicarse algunas de las técnicas de solución (Draper y Smith,

1979). Es aceptable en una forma no muy rigurosa que para valores del estadístico por debajo de 1,4 se está en presencia de una correlación serial del modelo autorregresivo AR (1), mientras que valores próximos a 2 indican ausencia de dicha correlación (Pérez, 1996, 1998).

Para corregir la presencia de heterocedasticidad se volvieron a ajustar aquellos modelos cuyas varianzas presentaban tal problema con regresión ponderada, empleando como factor de ponderación  $1/(dc/dn)$  elevado a un exponente; a través del gráfico de los residuos se fue evaluando la mejora en la homogeneidad de las varianzas.

Dada las diferencias entre las funciones, respecto a la transformación de las variables y los métodos de ajuste, tanto los estadísticos productos del ajuste, como el coeficiente de determinación, fueron utilizados para verificar un aceptable comportamiento de cada modelo, prestando especial atención a efectos groseros o resultados no deseados que pudieran aparecer para proceder a descartar alguno de los mismos.

Para evaluar comparativamente las bondades de los ajustes de los distintos modelos se calcularon los estadísticos que caracterizan la falta de ajuste del modelo empleando la variable de interés o salida para el cálculo de los residuos, que en el presente estudio son los distintos volúmenes maderables.

Para obtener los volúmenes maderables estimados se multiplicó el volumen total real del árbol muestra por la razón estimada por cada modelo de razón. La utilización del volumen total real del árbol, evitando el empleo de una función de volumen total, permite circunscribir los errores o desvíos obtenidos exclusivamente al método estudiado, sin la influencia de la precisión de la eventual función de volumen total. Tales estimaciones se confrontaron con los volúmenes maderables reales medidos en los árboles utilizados como muestra.

La precisión final de los modelos fue evaluada con los siguientes estadísticos (Kozak y Kozak, 2003), en términos de volúmenes maderables:

— Sesgo medio ( $SM$ ):

$$SM = \frac{\sum_{i=1}^n (v_i - \hat{v}_i)}{n}$$

— Error estándar de los residuos ( $EER$ ):

$$EER = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{v}_i - v_i)^2}{n - p}}$$

— Error absoluto medio (EAM):

$$EAM = \frac{\sum_{i=1}^n |\hat{v}_i - v_i|}{n}$$

donde:

$\hat{v}_i$  = volumen estimado del árbol *i*-ésimo en metros cúbicos.

$v_i$  = volumen observado del árbol *i*-ésimo en metros cúbicos.

$p$  = número de parámetros del modelo.

$n$  = número de observaciones.

Además se realizó una evaluación gráfica y analítica después de representar en unos ejes de coordenadas los valores de volúmenes maderables observados frente a los estimados. Tal evaluación consistió en analizar en el gráfico la alineación diagonal de los datos, que se complementó con el ajuste de la recta entre dichos datos. Este ajuste permite cuantificar globalmente la precisión y la presencia de sesgo en las estimaciones. Para la evaluación analítica se utilizaron el coeficiente de determinación y los valores de los parámetros de la recta. Este gráfico también se utilizó para detectar la posible heterocedasticidad de los residuos.

Para comparar varios modelos de regresión con varias variables regresoras, es adecuado y aconsejable presentar los estadísticos que expresan la falta de ajuste de la variable dependiente a través de la construcción de clases para la variable dependiente predicha (Kozak y Kozak, 2003). De manera que utilizando los volúmenes maderables observados y estimados por los modelos para clases diamétricas de 10 cm, se obtuvieron los sesgos medios para cada clase, los cuales en su forma relativa se calcularon de la siguiente manera:

$$SMR = \left( \frac{SM_{cd}}{\bar{v}_{cd}} \right) 100$$

donde:

$SM_{cd}$  = sesgo medio para un determinado volumen maderable (*c*) y para la clase diamétrica *d*.

$\bar{v}_{cd}$  = volumen maderable promedio para la clase diamétrica.

Para los ajustes y la evaluación de los mismos se utilizó el paquete estadístico Statgraphics v 5.1.

## Resultados

Los cuatro modelos han dado resultados satisfactorios. Los estimadores de los parámetros resultantes de los ajustes para cada modelo han sido todos significativamente diferentes de cero y con valores de errores estándar sensiblemente bajos (Tabla 2). Sin pretender comparar los coeficientes de determinación obtenidos, dadas las distintas transformaciones y ponderaciones de la variable de respuesta, se puede apreciar de todas maneras que éstos han alcanzado muy buenos valores, superando en todos los casos el 90% para la explicación de la variación de cada variable de respuesta.

Las dispersiones de los residuos no mostraron ninguna tendencia anómala, pero sí cierta heterogeneidad en su distribución, con excepción del modelo 2. En razón de ello los modelos 1, 3 y 4 se volvieron a ajustar con regresión ponderada, lo que permitió homogeneizar las dispersiones de los residuos graficados contra la variable predictora. Para ello se utilizaron los pesos o ponderaciones de la variable combinada  $1/(dc/dn)$  elevada a la cuarta y quinta potencia según el modelo.

Respecto al modelo 4 de estructura polinómica, con el análisis de la regresión paso a paso hacia delante, se encontró que entre el modelo de sexto grado y el mismo reducido al término cúbico de la variable regresora, la precisión disminuía en solo un 2%. Tal pérdida de precisión se consideró insignificante respecto de la simplificación del modelo. En función de ello, se optó por emplear el modelo reducido para luego volver a realizar el ajuste a través de la regresión no lineal, dejando el exponente como un parámetro de ajuste. Dada la presencia de heterocedasticidad, se aplicó

**Tabla 2.** Parámetros estimados (a, b, c) con sus errores estándar ( $S_i$ ) y los coeficientes de determinación ( $R_{aj}^2$ ) de los cuatro modelos ajustados y los estadísticos Durbin-Watson (dw)

Modelo	a	$S_a$	b	$S_b$	c	$S_c$	$R_{aj}^2$	dw
1	-0,431011**	0,07562	3,69137**	0,06249	3,36349**	0,08411	0,950	2,07**
2	0,323372**	0,17683(+)	3,36274**	0,03769	3,05443**	0,05221	0,964	1,84**
3	-1,38348**	0,02283	3,68540**	0,05501	—	—	0,919	1,68*
4	-0,938733**	0,02442	3,28337**	0,03852	—	—	0,932	1,51ns

+ El error estándar del parámetro a del modelo 2 corresponde al logaritmo de la estimación del parámetro.

**Tabla 3.** Resultados estadísticos generales. Número de observaciones: 326

Modelo	SA (m <sup>3</sup> )	EER (m <sup>3</sup> )	EAM (m <sup>3</sup> )
1	-0,469	0,044 (3,2%)	0,024 (1,7%)
2	0,379	0,041 (3,0%)	0,022 (1,6%)
3	0,751	0,039 (2,8%)	0,022 (1,6%)
4	-4,158	0,047 (3,5%)	0,028 (2,1%)

Entre paréntesis los porcentajes respecto al volumen maderable promedio muestral. SA: sesgo acumulado. EER: error estándar de los residuos. EAM: error absoluto medio.

el factor de ponderación para el ajuste, obteniéndose un valor del exponente cercano a tres (3,28337), de tal manera que el modelo final respondió a la expresión:

$$r = 1 - 0,938733 \left( \frac{dc}{dn} \right)^{3,28337}$$

El modelo 4 mostró evidencia de autocorrelación de los residuos dado que el valor  $dw = 1,51$  resulta menor que los valores tabulares a los niveles del 5 y 1%, mientras que el resto de los modelos no mostraron evidencia de correlación serial. A pesar de ello los gráficos de los residuos del modelo 4 no mostraron tendencias que permitan inferir autocorrelación.

Pasando al análisis comparativo de los resultados obtenidos con los estadísticos que evalúan la falta de ajuste a partir de los residuos expresados en metros cúbicos, aparecen algunas leves diferencias entre los modelos. Los cuatro modelos han tenido similares resultados estadísticos generales, con valores de sesgo y errores levemente superiores del modelo 4 respecto del resto (Tabla 3).

Se decidió presentar el sesgo acumulado

$$(SA = \sum_{i=1}^n (v_i - \hat{v}_i)), \text{ dado que los } SM \text{ de todos los}$$

modelos fueron casi nulos. Mientras que los SA de los modelos 1, 2 y 3 no alcanzaron los 0,8 m<sup>3</sup> para 326 observaciones, el modelo 4 superó los 4 m<sup>3</sup>. Los EER os-

cilaron entre 2,8% y 3,5% y los EAM entre 1,6% y 2,1% (Tabla 3).

Los resultados de los ajustes de la ecuación de la recta entre los valores observados y los estimados ratifican las buenas aptitudes de los cuatro modelos para la predicción. Todos los valores de ordenada al origen no han sido significativamente diferentes de cero con el contraste de  $t$ , ratificando la ausencia de un sesgo significativo. Por otro lado los valores de la pendiente y de  $R^2$  han sido muy próximos a uno, señalando la buena aptitud predictiva (Tabla 4). Los residuos no mostraron ninguna tendencia en la dispersión (Fig. 1). Recalculados los estadísticos  $dw$ , éstos indican la ausencia de autocorrelación de las perturbaciones expresadas en volumen.

Si se discriminan los sesgos medios por clases de tamaño, todos los modelos han tenido valores bajos, sobre todo si se analizan los valores medios (Tabla 5).

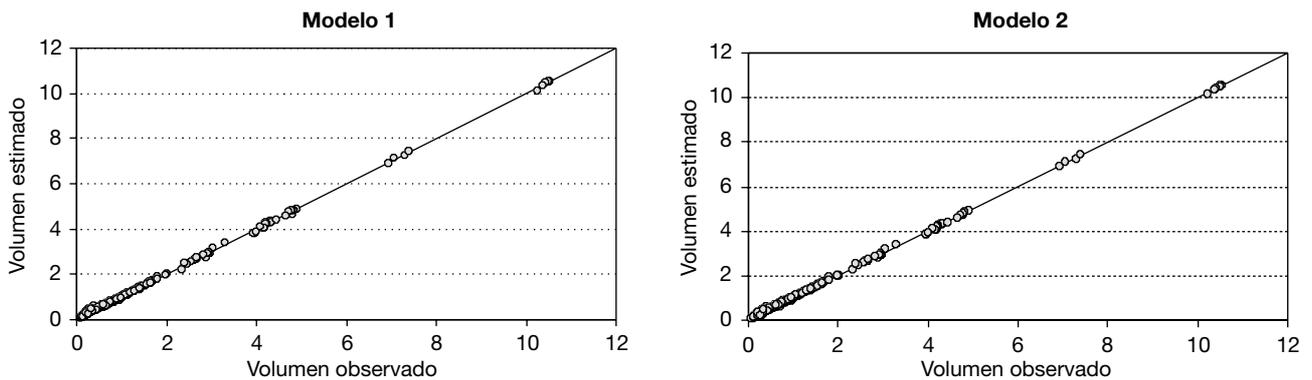
En la Tabla 5 se han resaltado los valores de sesgo medio que superan el 5%, observando que el modelo 1 es el que en menos clases se superó dicho valor. Los cuatro modelos han superado el 10% de sesgo medio en una o en dos clases (Modelo 3), mientras que tres han superado el valor de 15% en una clase. Luego, el modelo 1 solamente presentó valores superiores al 5% para dos clases del  $dc = 30\text{cm}$ , mientras que los otros superan dicho valor en las clases de  $dc$  de 15, 20, 25 y 30 cm.

## Discusión

A partir de la simplificación del modelo propuesto por Cao *et al.* (Modelo 4), se arribó a un modelo de razón biparamétrico que además tiene base en el propuesto por Burkhart (Modelo 2) y que fuera presentado por Prégent *et al.* (2001). Dicha simplificación se logra sin perder precisión respecto a los múltiples modelos posibles de obtener a partir del polinomio original.

**Tabla 4.** Resultados estadísticos de los ajustes de la ecuación de la recta a los valores observados y estimados por cada modelo

Modelo	Ordenada	p-valor	Pendiente	p-valor	R <sup>2</sup>	dw
1	0,00267	0,3618	0,9955	0,0000	0,995	2,1
2	0,00485	0,0813	0,9947	0,0000	0,999	2,2
3	0,00208	0,4297	1,0035	0,0000	0,999	2,2
4	0,00424	0,1577	0,9936	0,0000	0,999	1,9



**Figura 1.** Gráficos de los ajustes de la ecuación de la recta entre los diferentes volúmenes maderables observados y estimados para cada árbol, por los modelos 1 y 2. Los volúmenes están expresados en metros cúbicos.

**Tabla 5.** Valores de sesgo medio relativo (SMR) por clases diamétricas y para los distintos volúmenes maderables estudiados. dc: diámetro en punta delgada; n: número de observaciones

Clase Dn	n	SMR						Media
		dc: 30 cm	dc: 25 cm	dc: 20 cm	dc: 15 cm	dc: 10 cm	dc: 7 cm	
<i>Modelo 1</i>								
20	64			-3,1	-0,8	-1,0	-0,0	-0,7
30	93	<b>15,6</b>	4,4	-0,7	-1,0	-0,2	0,0	0,4
40	101	<b>5,6</b>	-0,8	-0,9	0,1	0,3	0,1	0,3
50	24	-3,3	-1,1	1,1	0,5	0,3	0,2	-0,3
60	32	-2,6	-1,2	0,2	0,2	0,0	0,0	-0,6
80	12	-0,9	0,0	0,3	0,1	0,1	0,0	-0,1
Media	—	-1,3	-0,7	-0,3	0,0	0,1	0,1	-0,01
<i>Modelo 2</i>								
20	64			<b>-11,0</b>	1,3	-0,5	-0,1	-0,4
30	93	<b>-8,5</b>	<b>7,8</b>	1,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,7
40	101	<b>6,7</b>	1,6	0,1	0,2	0,2	0,1	1,0
50	24	-1,4	-0,3	1,3	0,4	0,2	0,1	0,1
60	32	-1,6	-0,9	-0,3	0,1	0,0	0,0	-0,5
80	12	-0,7	0,0	0,2	0,1	0,1	0,0	-0,1
Media	—	-0,5	0,8	0,3	0,2	0,0	0,0	0,00
<i>Modelo 3</i>								
20	64			<b>-13,8</b>	<b>-6,1</b>	-2,4	-0,4	-3,1
30	93	<b>15,2</b>	<b>5,1</b>	-2,3	-1,7	-0,3	0,0	0,0
40	101	<b>8,9</b>	-0,1	-0,7	0,2	0,3	0,1	0,9
50	24	-0,9	0,1	1,7	0,7	0,4	0,2	0,4
60	32	-0,6	-0,2	0,2	0,3	0,1	0,0	0,0
80	12	0,2	0,6	0,5	0,2	0,1	0,0	0,3
Media	—	2,6	0,8	-0,2	-0,3	-0,1	0,0	0,00
<i>Modelo 4</i>								
20	64			<b>-25,9</b>	<b>-5,3</b>	-2,3	-0,7	-3,4
30	93	<b>-8,0</b>	<b>6,3</b>	-0,3	-1,1	-0,5	-0,2	0,0
40	101	<b>9,7</b>	2,3	0,2	0,1	0,1	0,1	1,4
50	24	0,8	0,7	1,6	0,5	0,2	0,1	0,6
60	32	0,0	-0,2	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0
80	12	0,1	0,4	0,4	0,1	0,1	0,0	0,2
Media	—	2,6	1,7	0,1	-0,3	-0,2	-0,1	0,00

Los ajustes de las diferentes variables de respuesta presentaron buenos estadísticos de ajustes y tres de los modelos (1, 3 y 4) debieron ser ponderados por la variable combinada  $1/(dc/dn)$  o  $(dn/dc)$  elevada a una cierta potencia según el caso, puesto que los residuos presentaron una variabilidad decreciente al graficarse contra la predicción. La heterocedasticidad es semejante a la que presentan las funciones relacionadas con el volumen del árbol, pero a diferencia de aquellas la dispersión es creciente cuando el diámetro a punta delgada ( $dc$ ) se aproxima al diámetro normal ( $dn$ ); es decir en las clases diamétricas más bajas, las cuales tienen una baja incidencia en el volumen de una repoblación adulta.

Los resultados generales obtenidos señalan que no hay grandes diferencias entre las precisiones de los cuatro modelos. Los valores relativos generales de *EER* y *EAM* no alcanzan el 5% y los sesgos son casi nulos, los que se consideran muy aceptables, máxime considerando que esta herramienta deberá acompañarse indefectiblemente de una función de volumen que le aportará variabilidad adicional al proceso de estimación.

Si se desagregan los *SMR* en clases diamétricas, en primer lugar se observa que hay similitud entre los modelos en cuanto al aumento del sesgo medio cuan-

do el diámetro a punta delgada ( $Dc$ ) se aproxima al diámetro normal ( $Dn$ ) del árbol. Es decir, los *SMR* bajan considerablemente con el aumento del  $Dn$  y la disminución del  $Dc$ . Ello es sumamente importante pues indica que a mayor tamaño del árbol más precisa se torna la estimación. En este sentido destaca el modelo 1, que solamente en la segunda clase diamétrica y para el  $Dc$  de 30 cm alcanzó un *SMR* del 15%, disminuyendo sensiblemente para el resto de las clases. También deben señalarse los buenos resultados del modelo 2, ya que presenta un sesgo máximo del 11% en una clase de tamaño, siendo el resto de los valores inferiores al 9%.

En relación a los *SMR* obtenidos como promedios de cada clase diamétrica y de cada clase de diámetro final, los modelos 1 y 2 tienen los resultados más satisfactorios, cuyos valores máximos fueron 1,3% y 1,0%, respectivamente.

En función de los resultados se considera que el modelo 1 supera levemente al modelo 2 por los valores de *SMR* más bajos y ambos al resto en sus propiedades para la predicción de los distintos volúmenes maderables. Las buenas propiedades de ambos modelos se ratifican en la Figura 1, observando casi una perfecta alineación de los puntos sobre las diagonales.

**Tabla 6.** Tabla de razón de volumen para distintos diámetros en punta delgada estudiados, obtenida con el modelo 1

Diámetro normal (cm)	Razones según diámetros en punta delgada (dc)				
	dc 30 cm	dc 25 cm	dc 20 cm	dc 15 cm	dc 10 cm
15					0,791
17				0,503	0,857
19				0,623	0,900
21			0,377	0,713	0,927
23			0,487	0,780	0,946
25			0,581	0,829	0,959
27		0,384	0,657	0,865	0,968
29		0,472	0,719	0,892	0,975
31	0,308	0,548	0,768	0,913	0,980
33	0,385	0,615	0,808	0,929	0,984
35	0,457	0,671	0,839	0,941	0,987
37	0,522	0,718	0,865	0,951	0,989
39	0,580	0,758	0,885	0,959	0,991
41	0,631	0,791	0,902	0,965	0,992
43	0,676	0,819	0,916	0,970	0,993
45	0,715	0,842	0,928	0,974	0,994
47	0,748	0,862	0,937	0,978	0,995
49	0,777	0,879	0,945	0,981	0,996
51	0,802	0,894	0,952	0,983	0,996
53	0,824	0,906	0,958	0,985	0,997
55	0,843	0,916	0,962	0,987	0,997

## Aplicación para la construcción de las tablas de volumen

En virtud de los resultados y lo expuesto anteriormente se recomienda el uso del modelo 1 para la construcción de una tabla de razón de volumen para *Pinus radiata*.

Para la construcción de una tarifa o tabla de volumen maderable se requiere estimar el volumen total por alguna función o método, el cual proporcionará el volumen de referencia que será reducido por la razón de volumen maderable correspondiente. Se debe tener presente que cuanto mayor sea la precisión propia de la herramienta que se utilice para estimar el volumen total, mayor será la calidad de las estimaciones de los volúmenes maderables. Estas herramientas pueden ser funciones de volumen local, estándar, etc.

En la Tabla 6 aparecen los valores de razón estimados por el modelo 1 para distintos diámetros normales; para obtener el volumen maderable de un árbol de determinado diámetro normal, debe multiplicarse la razón dada por la tabla por el correspondiente volumen total estimado por algunos de los métodos conocidos.

Como se observa, a través de las funciones de razón de volumen es posible obtener en forma simple cualquier volumen maderable para rollos de *Pinus radiata* de hasta 30 cm en punta delgada. Desde el punto de vista de la relación simpleza-eficiencia, se torna en una robusta y flexible herramienta para construir tablas de volumen maderable dentro del rango de diámetros en punta delgada estudiados.

## Conclusiones

Se ha evidenciado que las funciones de razón proporcionan un eficiente estimador de la relación entre volúmenes del árbol de *Pinus radiata*, las cuales permitirán en forma flexible y simple acceder a diferentes volúmenes por productos con el auxilio de una tabla de volumen. Se han ajustado cuatro modelos para *Pinus radiata*, de los cuales el denominado como modelo 1, es el que estima de forma más precisa la razón para los volúmenes maderables comprendidos entre los diámetros en punta delgada estudiados y para un amplio rango de tamaños de árbol, de tal manera que es el recomendado para su utilización.

Un aspecto importante es que la exactitud final de las estimaciones del método incluye la calidad de la

herramienta que utilice para estimar o medir el volumen total, parámetro que será el complemento de la función de razón de volumen.

Sin lugar a dudas que los resultados obtenidos con las funciones de razón abren el horizonte de posibilidades para la especie en la región en un aspecto tan importante de la dasometría y la gestión forestal, como lo es la estimación de los volúmenes maderables.

## Agradecimientos

Especial agradecimiento a Marta Olalde, Daniel Sáenz y Alejandro Cantero, Técnicos del Área Forestal de IKT, S. A., en el País Vasco por la colaboración con el aporte de datos y la lectura crítica del presente trabajo.

Al Gobierno Vasco, que a través de IKT, S. A., apoyó el presente trabajo a través del Proyecto I+D de Actualización de las Tablas de Producción para *Pinus radiata*.

## Referencias bibliográficas

- ALDER D., 1980. Estimación del Volumen Forestal y Predicción del Rendimiento con referencia especial a los trópicos. Ed. FAO, Montes 22(2), 189 pp.
- AVERY T., BURKHART H., 1994. Volumes and weights of standing trees. En: Forest Measurements. Ed. McGraw-Hill Inc., Nueva York, pp. 120-147.
- BURKHART H.E., 1977. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. S J Appl For 1(2), 7-9.
- CAO Q., BURKHART H., MAX T., 1980. Evaluation of Two Methods for Cubic-Volume Prediction of Loblolly Pine to any Merchantable Limit. For Sci 26(1), 71-80.
- CASTEDO DORADO F., ÁLVAREZ GONZÁLEZ J., 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basada en una función de perfil del tronco. Invest Agrar: Sist Recur For 9(2), 253-268.
- CHAUCHARD L., 2001. Crecimiento y producción de repoblaciones de *Pinus radiata* D. Don en el Territorio Histórico de Gipuzkoa (País Vasco). Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid. Serv. Cen. Pub. Gob. Vasco. Tesis Doctorales N.º 40, Vitoria, 173 pp.
- CHAUCHARD L., OLALDE M., 2003. Tablas de calidad de estación e índice de sitio para pino insigne en el País Vasco. I.K.T. S.A. Nota Técnica, inédita. Vitoria, 12 pp.
- DRAPER N., SMITH H., 1979. Applied Regression Analysis. Ed. John Wiley & Sons, Nueva York, 673 pp.
- GOBIERNO VASCO, 1997. Inventario Forestal de la C.A.P.V. 1996. Resultados por Municipios. Servicio Central de Publicaciones del Gobierno Vasco, Vitoria. 324 pp.
- KOZAK A., KOZAK R., 2003. Does cross validation provide additional information in the evaluation of regression models? Can J For Res 33, 976-987.

- PECE DE RÍOS M., 1994. Tabla de volumen comercial para *Eucalyptus pellita* utilizando el método de la Razón Volumétrica. Quebracho 2, 54-63.
- PÉREZ C., 1996. Econometría y análisis estadístico multivariable con Statgraphics. Técnicas avanzadas. Ed. Rama, España, 745 pp.
- PÉREZ C., 1998. Métodos estadísticos con Statgraphics para Windows. Técnicas básicas. Ed. Rama, España, 705 pp.
- PRÉGENT G., SAVARD F., DÉSAULNIERS G., 2001. Tarif de cubage à diamètre et longueur variables d'utilisation pour le Pin gris en plantation au Québec. Direction de la recherche forestière. Mém Rec for N.º 139, 41 pp.
- PRODAN M., PETERS R., COX F., REAL P., 1997. Medición de Árboles Individuales. Estimación de Atributos de Árboles y Productos. En: Mensura Forestal, IICA-GTZ, Costa Rica, pp. 94-131.
- RODRÍGUEZ F., BROTO M., LEBAN J.M., 2003. Equations de profil des tiges chez le pin radiata (*Pinus radiata* D. Don) du Pays Basque (Espagne). Universitat de Lleida, ETSEA, España. Inédito, 23 pp.
- SÁNCHEZ F., RODRÍGUEZ R., ROJO A., 1997. Primeros datos de crecimiento y producción de pinares de *Pinus radiata* D. Don en montes gestionados por la Administración en la zona central de la provincia de Lugo. II Congreso Forestal Español, Iratí. Tomo IV, 487-492.
- SÁNCHEZ F., RODRÍGUEZ R., ROJO A., ÁLVAREZ J., LÓPEZ C., GORGOSO J., CASTEDO F., 2003. Crecimiento y tablas de producción de *Pinus radiata* D. Don en Galicia. Invest Agrar: Sist Recur For 12(2), 65-83.