

Estimación del diámetro de copa a partir del diámetro normal ($d_{1,3}$) en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst.

J. Y. Benítez Naranjo^{1*}, M. Rivero Vega¹, A. Vidal Corona², J. Rodríguez Rodríguez³
y R. C. Álvarez Rivera³

¹ Estación Experimental Forestal Camagüey. Avda. Ignacio Agromonte, s/n. Reparto La Zambrana. Camagüey. Cuba

² Instituto de Investigaciones Forestales. Calle 174. N.º 1723 entre 17-B y 17-C. Siboney. Playa.
Ciudad Habana. Cuba

³ Estación Experimental Forestales Viñals. Km 20 Carretera de Viñales. Pinar del Río. Cuba

Resumen

En este trabajo se obtiene un modelo matemático partiendo de una muestra de 301 árboles de *Casuarina equisetifolia* Forst que permite determinar el diámetro medio de copa a partir del diámetro normal ($d_{1,30}$). Para realizar el análisis de regresión fueron utilizadas las mediciones de 215 árboles y para validar la ecuación seleccionada las mediciones correspondientes a 86 árboles. El estudio se realizó en plantaciones que se encuentran en la sabana serpentina de la provincia de Camagüey, ubicadas en áreas de la localidad Las Cuabas de la Unidad Silvícola Camagüey pertenecientes a la Empresa Forestal Integral Camagüey. Se compararon tres modelos matemáticos, de los cuales el más apropiado para realizar la estimación del diámetro medio de copa fue el modelo lineal, que resulta además de fácil manejo práctico.

Palabras clave: modelo matemático, *Casuarina equisetifolia*, análisis de regresión.

Abstract

Estimation of crown diameter from the normal diameter ($d_{1,3}$) in *Casuarina equisetifolia* Frost. plantations

In this work a mathematical model is obtained from a sample of 301 *Casuarina equisetifolia* Forst trees, which permits the determination of the average diameter crown from the normal diameter ($d_{1,30}$). The measurements of 215 trees were used to perform the regression analysis and to validate the selected equation the corresponding measurements of 86 trees were taken. This study was done in the serpentine savanna of Camagüey province plantations, located in Las Cuabas, Camagüey Silvicultural Unit belonging to Camagüey Forestry Integrated Enterprise. Three mathematical models were compared, being the linear model the most appropriate to perform the average crown diameter estimation. This model results in easy practical management.

Key words: mathematical model, *Casuarina equisetifolia*, regression analysis.

Introducción

La *Casuarina equisetifolia* Forst fue introducida, en Cuba, por el primer Jardín Botánico de la Habana, probablemente, en la tercera década del siglo pasado. Esta especie se conoce con los nombres comunes de casuarina, pino, pino de Australia, pino de nueva Holanda y pino ciprés. Es nativa de Australia y tiene una distribución natural extensa, que se extiende desde las proximidades del trópico de Capricornio en Australia, hasta el trópico de Cáncer en Chittagong, Bangladesh (Betancourt, 1987).

Originaria de regiones con 2.500 mm o más de lluvia anual, se adapta a climas secos con menos de 1.000 mm. Las temperaturas medias en su área de distribución natural oscilan entre 20 y 26 °C. Es una especie que tiene su hábitat preferentemente en zonas próximas al litoral; también se encuentra hacia el interior en lugares de bastante elevación. En Cuba se ha desarrollado con éxito hasta los 800 m sobre el nivel del mar. Crece en una gran variedad de suelos, pero se desarrolla mejor en los ligeros y arenosos; tolera la cal y las sales de sodio y magnesio. Crece también en terrenos próximos al mar con altos contenidos de cloruro de sodio, en los de reacción alcalina y en los ácidos, tanto en los saturados de humedad como en los secantes. Se puede establecer en sabanas de arena si-

* Autor para la correspondencia: torriente@af.upr.edu.cu
Recibido: 22-01-02; Aceptado: 22-04-03

lícea y lomas arcillosas, en suelos demasiado pobres, y crece lentamente (Fors, 1967).

La madera de *Casuarina equisetifolia* Forst es de color pardo claro rosado, uniforme, sin diferencia apreciable entre la albura y el duramen; en algunos árboles el duramen es de coloración castaño oscura, es dura y pesada, de textura fina, grano recto, no es durable, pero se puede trabajar y pulir. La madera tiene diversos usos: se emplea en construcciones rurales, postes, mástiles de embarcaciones, leña y carbón de excelente calidad, con las astillas se obtienen valiosos tableros de madera aglomerada y traviesas de ferrocarril. La corteza de casuarina es rica en taninos (Sablón, 1984; Bisse, 1988; Betancourt, 1987).

El conocimiento del diámetro de copa en la práctica brinda la posibilidad (combinándolo con otras variables) de realizar una evaluación del desarrollo y la competencia individual de los árboles; además se puede valorar el follaje de las plantas por la estrecha relación que tiene con este parámetro. Según lo planteado por Leyva *et al.* (1993, 1995) el follaje de *Casuarina equisetifolia* puede ser utilizado como complemento alimenticio en la dieta de pollos de ceba y gansos. Quert *et al.* (1995) citado por Mesa *et al.* (1999) determinaron diferentes extractos de cera, pasta clorofila-caroteno, concentrado provitamínico y clorofilas crudas en esta especie, para su utilización como tinte natural, habiéndose obtenido resultados prometedores. Estudios realizados por Srivastava (1995), Srivastava y Ambasht (1995), Rana *et al.* (2001) han tenido por objetivo determinar la biomasa de esta especie.

Shinozaki *et al.* (1964), citado por Morataya y Galloway (1998), demostraron la existencia de una estrecha relación entre los tejidos que transportan agua y nutrimentos (albura) y el follaje. Este científico desarrolló la Teoría del Modelo Vascular (TMV), que establece que el área de la albura a una altura «x» se relaciona con la biomasa del follaje «y» por medio de una proporción constante. Esta teoría ha sido aplicada para desarrollar ecuaciones de predicción del área y/o biomasa foliar, a partir del área de la albura a la altura del pecho.

De acuerdo con lo planteado por Prodan *et al.* (1997), la proyección horizontal de un árbol que crece libremente puede representarse por un modelo como el siguiente: $dc = bo + b_1 d_{1,30}$. La medida de la superficie de la proyección horizontal de una copa es interesante especialmente cuando se busca caracterizar los efectos de una clara y el desarrollo de la copa está estre-

chamente unido al crecimiento en diámetro del tronco. Estudios realizados sobre la forma de las superficies de los árboles proyectadas de las copas arrojaron que éstas eran relativamente clásicas: círculos, elipse, forma de alubia, pera o corazón (Pardé y Bouchon, 1994).

El objetivo de este trabajo consiste en realizar una valoración de la relación existente entre el diámetro normal y el diámetro de copa en la especie *Casuarina equisetifolia* Forst, que permita elaborar, a partir de un modelo matemático obtenido a través de un análisis de regresión, una tabla de estimación del diámetro medio de copa.

Material y métodos

El estudio se realizó en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst que se encuentran en áreas de la localidad Las Cuabas de la Unidad Silvícola Camagüey pertenecientes a la Empresa Forestal Integral Camagüey. Estas se encuentran ubicadas en la sabana serpentina de la provincia Camagüey y fueron plantadas en el año 1984. Estas plantaciones tienen como objetivo la producción de madera rolliza, traviesas de ferrocarril y leña, fundamentalmente.

El área comprendida en este trabajo tiene un suelo Ferralítico rojo parduzco, con una topografía llana a ligeramente ondulada, su altitud media es de 115 metros sobre el nivel del mar, la temperatura media es de 25 °C con 1.400 mm de precipitaciones anuales.

En primer lugar, después de evaluar las características del área comprendida en dicho estudio, se eligieron 15 parcelas temporales de muestreo de 500 m² (0,05 ha), de superficie rectangular (10 × 50). Estas parcelas son fáciles de ubicar y sus límites se pueden definir con facilidad, algo que resulta difícil cuando se trabaja con parcelas circulares. En cada parcela se midieron los árboles tipos seleccionados por clase diamétrica.

Para su distribución en el área se empleó el método de Muestreo Aleatorio Simple, que consiste en distribuir las parcelas mediante una selección al azar, donde cada parcela tiene la misma oportunidad o probabilidad de ser elegida para formar parte de la muestra (Ferreira, 1994).

La muestra utilizada fue de 301 árboles, a los que se les midió el diámetro normal ($d_{1,30}$) y el diámetro de copa. Del total de árboles medidos, 215 se utilizaron para realizar el análisis de regresión, el resto fueron

Tabla 1. Características de los datos empleados en el análisis de regresión

Variables	N.º de datos	Media	Mínimo	Máximo	Desviación estándar
d _{1,30}	215	16,9014	5,500	24,500	4,88872
dc	215	3,1261	1,825	6,150	0,659381

utilizados en la validación de la ecuación seleccionada. El intervalo obtenido en relación con los diámetros de la copa fue de 1,2 a 6,4 m, mientras que los diámetros normales estuvieron entre 6 y 24 cm (Tabla 1).

Para obtener el diámetro de copa medio se midió la proyección en dos direcciones: norte-sur y este-oeste, con una cinta métrica, siguiendo el criterio de Cailliez (1980) quien plantea que para realizar una medición correcta de la proyección de copa de los árboles en un plano horizontal será necesario medir un número de radios que aumentará a medida que la proyección difiera de un círculo: como mínimo se requiere medir cuatro radios, preferiblemente 8, en direcciones que formen ángulos iguales. El diámetro normal se midió con forcípula en forma cruzada, utilizando el promedio entre las dos mediciones realizadas a cada árbol.

Los datos obtenidos fueron procesados por medios automatizados, empleando el sistema de cálculo estadístico STATISTICA Versión 5, con un nivel de significación $\alpha = 0,05$. Pardé y Bouchon (1994) plantean que en materia forestal lo más frecuente es adoptar, como intervalo de confianza, el que corresponde a una probabilidad del 95%.

Las ecuaciones probadas para estimar el diámetro de copa fueron las siguientes:

$$y = b_0 + b_1x$$

$$y = b_0 + b_1x^2$$

$$\ln y = b_0 + b_1 \ln x$$

donde:

b_0 = constante

b_1 = coeficiente de la regresión

y = diámetro de copa

x = diámetro normal

La variable independiente o predictora empleada fue el diámetro normal (d_{1,30}) y como variable dependiente se procesó el diámetro de copa. Al modelo empleado en la estimación se le realizó su correspondiente análisis de varianza.

La validación es el proceso de determinar si un modelo representa verdaderamente, de uno u otro modo, la realidad. En este trabajo, los datos utilizados para realizar la validación del modelo seleccionado no fueron empleados para estimar ninguno de los parámetros

de las funciones del modelo, situación que se puede denominar validación independiente según lo planteado por Alder (1980).

De la muestra total de árboles medidos (301) fueron empleados 86 individuos, seleccionados por clase diamétrica, para realizar en la validación del modelo. Se comparó el valor real obtenido en las mediciones realizadas con el valor estimado por el modelo seleccionado para realizar la estimación del diámetro medio de copa.

El cálculo de la desviación global (exactitud o sesgo) de la ecuación se realizó mediante la fórmula planteada por Cailliez (1980) que se muestra a continuación:

$$DG = \frac{(\sum d_r - \sum d_{est})}{\sum d_{est}} \times 100$$

donde:

DG = desviación global

d_r = diámetro de copa real

d_{est} = diámetro de copa estimado

El cálculo del índice de Furnival se realizó con la ecuación planteada por Furnival (1961) citado por González (1989) que se muestra a continuación:

$$I = [f \times (y)]^{-1} \times S$$

donde:

I = Índice de Furnival.

$f \times (y)$ = Derivada de la variable dependiente respecto al valor no transformado de la misma.

$[]$ = Proporciona la medida geométrica del valor en ellos incluido.

S = Valor del error estándar de estimación.

Resultados y Discusión

La matriz de las variables estudiadas en este trabajo demuestra que existe un alto índice de correlación entre el diámetro normal (d_{1,30}) y el de copa, es decir, que los cambios de uno están asociados a cambios en el otro (Tabla 2). Por esta razón es posible determinar el diámetro medio de copa si conocemos el diámetro normal del árbol desarrollando modelos (ecuaciones) simples de regresión usando metodologías estándar. La matriz de correlación tiene un uso muy extendido

Tabla 2. Matriz de correlación

	$d_{1,30}$	dc	$\ln d_{1,30}$	$\ln dc$	$(d_{1,30})^2$
$d_{1,30}$	1,00				
dc	0,92	1,00			
$\ln d_{1,30}$	0,99	0,91	1,00		
$\ln dc$	0,92	0,99	0,92	1,00	
$(d_{1,30})^2$	0,99	0,92	0,97	0,91	1,00

Tabla 3. Modelos de predicción desarrollados para el diámetro de copa

Modelos de regresión	R	R ²	S	IF
1-dc = 1,105802 + 0,185322 × $d_{1,30}$	0,924	0,854	0,2527	0,2522
2-dc = 2,051 + 0,008295 × $(d_{1,30})^2$	0,922	0,848	0,2567	0,2567
3-Ln dc = 0,342823 + 0,623795 × $\ln d_{1,30}$	0,922	0,850	0,0832	0,2544

en muchas aplicaciones. Las matrices de correlación tienen un rango común que hace posible las comparaciones directas de los coeficientes dentro de un modelo (Hair *et al.*, 1999).

Se ha demostrado que existe la tendencia de aumentar el diámetro de copa a medida que aumenta el diámetro normal ($d_{1,30}$); esto es lógico si analizamos la relación que existe entre el follaje y la albura. Sin embargo es necesario señalar que esta relación puede ser retardada si la plantación es raleada de forma tardía, ya que cuando existe una alta densidad los árboles experimentan una fuerte competencia por la luz y al tener copas pequeñas los niveles de fotosíntesis son bajos, por lo que poseen un pobre crecimiento en diámetro.

En la Tabla 3 se pueden observar los modelos desarrollados con sus respectivos coeficientes de correlación (R) y determinación (R²), el error estándar de la estimación (S) y el índice de Furnival (IF).

En la tabla anterior podemos apreciar que las tres ecuaciones poseen altos coeficientes de determinación de acuerdo con lo planteado por Gujarati (1999), que expresa que el modelo es satisfactorio si el valor de este coeficiente es razonablemente alto (alrededor de 0,8). Alder (1980) por su parte plantea que las mejores funciones pueden tener coeficientes de solamente 0,7 y 0,8. Sin embargo, de los tres modelos estudiados, la ecuación número 1 posee los mayores coeficientes de correlación y determinación.

A pesar de ello, para elegir el modelo más adecuado se hizo necesario calcular el índice de Furnival (Tabla 3) debido a que las ecuaciones empleadas en este trabajo no se pueden comparar directamente por no tener la misma variable dependiente. Según este índice, la mejor ecuación es la número 1, que en este caso es la que tiene también los mejores coeficientes. Esta es lineal y de fácil manejo en la práctica. Modelos geométricos relativamente simples (utilizando de uno a

Tabla 4. Análisis de varianza del modelo seleccionado

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F	P
Regres.	79,49899	1	79,49899	1250,195	0,000
Residual	13,54451	213	0,06359		
Total	93,0435				

Tabla 5. Valores del diámetro de copa estimados con el modelo seleccionado

$d_{1,30}$ (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
dc (m)	2,40	2,59	2,77	2,96	3,14	3,33	3,51	3,70	3,88	4,07	4,26	4,44	4,63	4,81	5,00	5,18	5,37	5,55

dc: 1,105802 + 0,185322 × $d_{1,30}$. E: ± 0,10780. DG: 3,42.

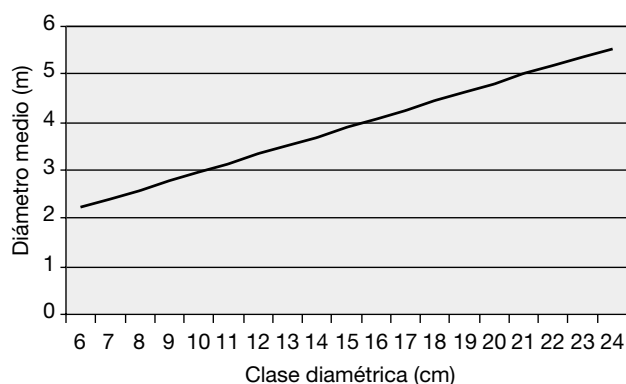


Figura 1. Diámetro medio de copa por clase diamétrica.

cuatro parámetros) fueron obtenidos por Giging y Wensel (1990) para estimar el volumen y la anchura de copa a diferentes alturas en seis especies de coníferas del norte de California.

En el análisis de varianza realizado a la ecuación elegida para la estimación del diámetro de copa a partir del diámetro normal (Tabla 4) se obtuvieron resultados altamente significativos con un elevado valor de la razón F, algo que refleja el buen ajuste de este modelo.

Los valores del diámetro de copa estimados por clase diamétrica a partir del diámetro normal ($d_{1,30}$) con la ecuación elegida en este trabajo se pueden observar en la Tabla 5 y el comportamiento gráfico de los mismos se aprecia en la Figura 1. La validación realizada al modelo seleccionado para estimar el diámetro de copa, empleando la fórmula de la Desviación Global, dio un resultado de $DG = \pm 3,45\%$, lo cual muestra la buena estimación que realiza el modelo de los valores reales, pues el mismo se encuentra dentro del rango de valores $DG = \pm 10\%$ sugeridos en estos casos.

Referencias bibliográficas

- ALDER D., 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. Vol. 2 Predicción del rendimiento. Estudios FAO. Montes 22/2. Roma. 80 pp.
- BETANCOURT A., 1987. Silvicultura especial de árboles maderables tropicales. Editorial Científico-Técnica. La Habana, Cuba. pp. 78-91
- BIGING G., WENSEL L., 1990. Estimation of crown form for six conifer species of northern California. Can J Forest Res 20 (8), 1137-1142
- BISSE J., 1988. Árboles de Cuba. Editorial Científico-Técnica. La Habana, Cuba. 112 pp.
- CAILLIEZ F., 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento. Vol. 1 Estimación del volumen. Estudios FAO, Montes. 22/1. Roma. 92 pp.
- FERREIRA O., 1994. Manual de inventarios forestales, 2ª Edición. Escuela Nacional de Ciencias Forestales. Siguatepeteque, Honduras. 97 pp.
- FORS A., 1967. Manual de Silvicultura. Instituto Nacional de Desarrollo y Aprovechamiento Forestal. La Habana, Cuba. pp. 219-220.
- GONZÁLEZ I., 1989. Tablas ponderadas para la estimación de la biomasa de rebollo (*Quercus pyrenaica* Willd), en la provincia de León. Instituto de Investigaciones Agrarias. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación. Madrid, España. 56 pp.
- GUJARATI D.N., 1999. Econometría Segunda Parte. N/S. USA. pp 127-131.
- HAIR J.F., ANDERSON R.E., TATHAM R.L., BLACH W.C., 1999. Análisis multivariante, 5ª ed. Prentice Hall Iberia, Madrid, España. 832 pp.
- LEYVA B., SÁNCHEZ R., QUERT R., 1993. Alimentación de aves de ceiba con harina obtenida a partir del follaje verde de *Casuarina equisetifolia* Forst. IIF. Comunicación Breve. La Habana.
- LEYVA B., MORENO A.J., SÁNCHEZ R., BERGES C.Y., CALZADILLA E., 1995. Empleo de harina de *Casuarina equisetifolia* Forst en la alimentación de Gansos Magyares. IIF, Centro Industrial de la Oca. La Habana.
- MESA M., ÁLVAREZ M., SÁNCHEZ N., 1999. Los productos forestales no madereros en Cuba. Dirección de productos forestales, FAO. Oficina regional de la FAO para América Latina y El Caribe. Serie Forestal No 13 Santiago, Chile. pp. 32-34.
- MORATAYA R., GALLOWAY G., 1998. Relaciones entre follaje y albura en *Tectona grandis* y *Gemelina arborea* aplicación de la Teoría del Modelo Vascular e implicaciones de manejo. Revista Forestal Centroamericana (CATTIE) 2, 21-28.
- PARDÉ J., BOUCHON J., 1994. Dasometría. Edición española traducida de la 2ª ed de dendrometría. «L'Ecole National du Genie Rural des Eaux et des Forêts». Francia. 382 pp.
- PRODAN M., PETER R., COX F., REAL P., 1997. Mensura Forestal. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA) / Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ).GmbH. San José, Costa Rica. 561pp.
- RANA B.S., RAO O.P., SINGH B.P., 2001. Biomass production in 7 year old plantations of *Casuarina equisetifolia* on sodic soil. Trop Ecol 42 (2), 207-212.
- SABLÓN A., 1984. Dendrología. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, Cuba. pp. 28-29
- SRIVASTAVA A.K., 1995. Biomass and energy production in *Casuarina equisetifolia* plantation stands in the degraded dry tropics of the Vindhyan Plateau, India. Biomass Bioenerg 9 (6), 465-471.
- SRIVASTAVA A.K., AMBASHT R.S., 1995. Biomass, production, decomposition of and N release from root nodules in two *Casuarina equisetifolia* plantations in Sonbhadra, India. J Appl Ecol 32 (1), 121-127.