

Modelos de perfil de tronco en *Nothofagus pumilio* (Poepp. et Endl.) Krasser y su utilización en el cálculo del volumen total

J.M. Cellini ^{1,2 *}, G. Martínez Pastur ², E. Wabö ¹, M.V. Lencinas ²

¹ Cátedra de Dasometría, Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad Nacional de La Plata, cc 31 (1900), La Plata - Buenos Aires - Argentina.

² Centro Austral de Investigaciones Científicas (CONICET) - Argentina.

jmc@ceres.agro.unlp.edu.ar

RESUMEN

Se trabajó con 60 árboles de *Nothofagus pumilio* seleccionados a lo largo de un gradiente de sitios entre calidades 1 a 3 en Tierra del Fuego (Argentina). Con estos datos se desarrollaron ecuaciones de predicción de perfil del tronco del árbol para bosques secundarios (originados a partir de la regeneración de un bosque intervenido), comparando cuatro modelos tradicionales con otro no tradicional que utiliza la calidad de sitio como variable predictora. Por otra parte, a partir de los resultados obtenidos con los modelos, se incorporó la forma a ecuaciones de volumen comúnmente utilizadas para *N. pumilio*, evaluando su ajuste mediante un análisis de comportamiento de residuos. El modelo de perfil de Muhairwe de exponente variable, que utiliza como variables el diámetro a 1,3 m de altura, la altura total y la altura del tronco a la que se encuentra un diámetro determinado, tiene el mejor comportamiento general, adecuándose a diferentes calidades de sitio, diámetro y alturas relativas. El modelo propuesto en este trabajo, que incluye la calidad de sitio como variable predictora, tiene un peor ajuste, pero es más económico y posee una mayor practicidad, ya que no necesita de la medición de la altura total. Por otra parte, se ha demostrado que la inclusión de la forma en la construcción de los modelos de volumen a través de una metodología sencilla, mejora el ajuste sin aumentar la complejidad de los modelos tradicionales.

Palabras clave: modelos de ahusamiento, funciones de volumen, lenga, inventario forestal, Tierra del Fuego, Patagonia.

INTRODUCCIÓN

Nothofagus pumilio (Poepp. et Endl.) Krasser, vulgarmente conocida como «lenga», es la especie forestal de mayor distribución geográfica e importancia económica en los

* Autor para correspondencia

Recibido: 8-1-01

Aceptado para su publicación: 16-7-02

bosques Andino-Patagónicos de Argentina y Chile. Su madera se utiliza en construcción, pisos, carpintería y mueblería, tanto en el mercado nacional como en el internacional. Los bosques de *N. pumilio* en Tierra del Fuego se manejan de acuerdo a la propuesta silvícola de Schmidt y Urzúa (1982), siendo imprescindible conocer las existencias del rodal para estimar los rendimientos y establecer las estrategias de aprovechamiento.

La tarea más compleja a realizar durante el inventario forestal es la estimación del volumen de los árboles individuales, a partir de los cuales se obtienen los volúmenes disponibles para una industria forestal determinada (Martínez Pastur *et al.*, 2000a). Las dos metodologías más difundidas para establecer el volumen de un árbol son los modelos de perfil del tronco y las funciones de volumen. El primero se define como la tasa de decrecimiento del diámetro desde la base del tronco, el cuál posee una forma propia determinada (Gray, 1956). Su principal ventaja radica en la posibilidad de estimar el volumen individual de trozas considerando un tipo de producto en particular (determinados diámetros o largos de trozas). Existe una gran variedad de este tipo de modelos en la bibliografía. Las variables independientes que más se utilizan son: diámetro a la altura del pecho (*DAP*), altura del tronco a la que se encuentra un determinado diámetro (*h*), alturas relativas en sus distintas expresiones, altura total (*HT*), razón de copa (Hann *et al.*, 1987) y diámetros medidos en la parte superior del tronco (*d*) (Rustagi y Loveless, 1991). Dichas variables deberían ser de fácil y usual medición durante los inventarios forestales (Muhairwe, 1999). Otras variables que afectan a la forma del tronco son los tratamientos silvícolas y las características del sitio (Muhairwe *et al.*, 1994; Morris y Forslund, 1992), siendo posible su incorporación en los modelos de perfil de tronco. Una alternativa para incorporar las características de la estación dentro del modelo de perfil es a través de la calidad de sitio. Dado que en *N. pumilio* se ha desarrollado una clasificación de calidades de sitio (Martínez Pastur *et al.*, 1997), que a su vez ha sido utilizada satisfactoriamente como variable predictora en un modelo de volumen total (Peri *et al.*, 1997), es posible incorporarla en los modelos de forma junto al resto de las variables clásicas. La justificación del uso de la calidad de sitio del rodal se basa en que su medición requiere un menor esfuerzo de muestreo durante el inventario forestal que la de las alturas totales de todos los árboles de la parcela. Los objetivos del presente trabajo fueron ajustar ecuaciones de predicción del perfil del tronco del árbol para bosques secundarios (originados a partir de la regeneración de un bosque intervenido) de *N. pumilio* en Tierra del Fuego, comparando modelos tradicionales con uno no tradicional que incorpora la calidad de sitio como variable predictora; e incorporar la forma a ecuaciones de volumen de uso común para la especie, comparando su ajuste mediante el análisis de los residuos.

MATERIAL Y MÉTODOS

Selección de la muestra

Se trabajó con 60 árboles de *N. pumilio* procedentes de seis rodales regulares de densidad completa (índice de densidad de rodal mayor a 90 %) (Fernández *et al.*, 1997). Los rodales se originaron con posterioridad a un aprovechamiento mediante tala rasa. La muestra fue seleccionada de modo de cubrir un gradiente de calidades de sitio, que fue una de las variables utilizadas, entre calidades 1 y 3 de acuerdo a la clasificación propues-

ta por Martínez Pastur *et al.* (1997). Ésta se basa en ecuaciones parametrizadas que permiten calcular la calidad de sitio conociendo la edad y la altura dominante de un rodal. Los rodales, de más de una hectárea de extensión cada uno, se encontraban en fase de crecimiento óptimo final, y presentaron condiciones uniformes de estructura y calidad de sitio. Los diámetros cuadráticos medios de los rodales variaron entre 19,6 y 29,6 cm, las alturas dominantes entre 13,5 y 26,5 m y las edades entre 67 y 87 años. Puesto que todos los rodales muestreados se encontraron próximos a la edad del turno habitual de la especie, que se estima entre 94 y 121 años (Martínez Pastur *et al.*, 2000b), la validez del modelo generado se restringirá a rodales de dichas características. Por lo tanto, este trabajo se debe considerar como un punto de partida para posteriores estudios, en los que se utilicen muestras mayores y más representativas.

Los individuos seleccionados fueron dominantes (Assman, 1970) y no presentaron daños visibles evidentes ni presencia de enfermedades generalizadas. Se trabajó con la clase social dominante de acuerdo a la clasificación propuesta por Schmidt y Urzúa (1982), por ser éstos los individuos que serán seleccionados para quedar luego de la aplicación de los tratamientos intermedios. No se incluyeron en este estudio árboles de otras clases sociales, que son extraídos durante los raleos y cuyo volumen de extracción también debería poder predecirse. En cada árbol se midió el diámetro normal a 1,30 m (*DAP*), y tras el apeo, los diámetros con corteza (*d*) cada dos metros con forcípula, con apreciación de ± 1 mm, y la altura total (*HT*) mediante distanciómetro de ultrasonido, con apreciación de ± 5 cm. En la toma de la muestra se tuvo en cuenta la altura del tocón. Mediante este muestreo quedaron definidos 654 pares de datos *d* – *h*. Con los valores de diámetro se calculó el volumen del fuste con corteza hasta un diámetro mínimo de 5 cm, mediante la fórmula de Smalian (Hush *et al.*, 1982), y a través de la suma de los volúmenes de las trozas se obtuvo el volumen total con corteza del fuste (*VFCC*). La calidad de sitio se estableció de acuerdo a la metodología propuesta por Martínez Pastur *et al.* (1997), mediante análisis de fuste para determinar la altura que tenían los individuos seleccionados, a una edad base de 60 años, para cada sitio de muestreo de acuerdo.

Nomenclatura empleada

La terminología empleada en la descripción de los modelos utilizados fue la siguiente:

<i>DAP</i>	=	Diámetro a la altura del pecho (cm).
<i>d</i>	=	Diámetro con corteza correspondiente a la altura <i>h</i> (cm).
<i>h</i>	=	Altura desde la base del árbol hasta el punto donde se alcanza el diámetro <i>d</i> (m).
<i>HT</i>	=	Altura total del árbol (m).
<i>S</i>	=	Calidad de sitio de acuerdo a la clasificación propuesta por Martínez Pastur <i>et al.</i> (1997).
<i>a_i, b_i</i>	=	Parámetros de las ecuaciones a determinar mediante ajuste.
<i>Z</i>	=	Altura relativa (<i>h/HT</i>).
<i>ln</i>	=	Logaritmo natural.
<i>e</i>	=	Constante de Euler.
<i>P</i>	=	Punto de inflexión donde la base del tronco cambia de forma neiloide a paraboloides, que se sitúa a una altura que es un porcentaje de <i>HT</i> , utilizándose para este trabajo un valor de 0,25 (Muhairwe, 1999).

- ap = Altura de medición del DAP (m).
 $VFCC$ = Volumen total con corteza del fuste (m^3).
 AB = Área basal o basimétrica (m^2).
 F_i = Factores de forma.

Descripción de la muestra

Los rangos de las variables observadas en la muestra bajo estudio fueron cubiertos satisfactoriamente a lo largo de sus distribuciones, para calidades de sitio que variaron entre 1 y 3 (Tabla 1). Los datos utilizados presentaron una distribución normal con coeficiente de asimetría cercano a cero. Los valores de DAP presentaron una leve tendencia hacia las clases diamétricas superiores, aunque las variaciones fueron pequeñas al analizar el coeficiente de variación (C.V. = 22 %). Por el contrario, $VFCC$ presentó la mayor variación interna de los datos (C.V. = 45 %), que se debió a las diferencias entre individuos a lo largo de las distintas calidades de sitio. Los diámetros discriminados por calidades de sitio presentaron una distribución normal (Tabla 2), observándose que ninguno de ellos interfirió en el ajuste y validación de los modelos. En los datos tomados en campo, se realizó una

Tabla 1
Caracterización estadística de la muestra

	Sitio	DAP (cm)	HT (m)	$VFCC$ (m^3)	Edad a 1,3 m (años)
N	60	60	60	60	60
Media	2,08	25,15	20,41	0,508	77,33
Mínimo	1,00	9,05	12,56	0,055	46
Máximo	3,00	36,3	26,88	0,987	110
Desv. Est.	0,828	5,672	3,627	0,231	12,77
C.V. (%)	39	22	18	45	17
Asimetría	-0,0162	-0,5328	0,0672	0,0848	0,5093

Tabla 2
Distribución de los datos por clases de DAP y de calidad de sitio

Clases de DAP (cm)	Sitios				Total
	1	1,5	2	3	
< 20	2	3	3	4	12
20 ≤ 25	2	4	4	7	17
25 ≤ 30	3	5	3	8	19
> 30	6	1	1	4	12
Total	13	13	11	23	60

ampliación en la clasificación de las calidades de sitio entre 1 y 2, asignándole el valor 1,5 para tener una mayor precisión en las clases de sitio superiores (Peri *et al.*, 1997).

Desarrollo de un nuevo modelo de perfil de tronco

Los modelos de perfil de tronco tradicionales utilizan *HT*, *DAP*, *h* de distintas secciones del árbol y sus transformaciones para estimar *d* a lo largo del tronco. La medición de *HT* no siempre es posible, siendo la variable más inexacta y que mayor tiempo insume durante la toma de datos en el inventario forestal. Por ello, algunos autores han desarrollado modelos que evitan su inclusión en las funciones de perfil (Muhairwe, 1999), pero que no incorporan ninguna variable que la reemplace y compense. De todas formas, los modelos de perfil de fuste que no utilizan *HT* se encuentran muy poco desarrollados, a pesar de la enorme utilidad potencial que significa evitar la medición de la altura total de todos los árboles durante los inventarios forestales. Por el contrario, presentan una menor precisión, ya que la inclusión de la razón *DAP/HT* contribuye de manera importante al ajuste de los modelos de forma.

El modelo de perfil de tronco propuesto en este trabajo se basa en la predicción de un diámetro a una altura determinada, utilizando el índice de sitio (*S*) del rodal y el *DAP* del individuo como variables independientes. Este modelo es de fácil interpretación, ya que se toma como referencia al *DAP* modificándolo por medio de una relación entre las variables *h* y *S*, que toma valores negativos cuando la altura se encuentra por encima del *DAP*, y positivos cuando la altura es inferior a 1,3 m. La calidad de sitio se utilizó por estar directamente relacionada con la altura dominante de los individuos de un rodal (Martínez Pastur *et al.*, 1997) y se incluyó como un valor discreto entre 1 y 3 (de acuerdo a las calidades de sitio *I*, *II* y *III* definidas en ese trabajo), pudiendo asumir valores intermedios (1,5 y 2,5) ya que se utilizó una clasificación ampliada (Peri *et al.*, 1997). El modelo, con la inclusión de la calidad de sitio, quedó definido como:

$$d = DAP^{a_1} - h^{a_2} + (h \cdot S^{a_3}) \quad [1]$$

Modelos de perfil de tronco tradicionales analizados

Se seleccionaron las siguientes funciones de perfil tradicionales por su versatilidad o su amplia utilización.

Kozak (1988):

$$d = a_1 \cdot DAP^{a_2} \cdot a_3^{DAP} \cdot \left[\frac{(1 - \sqrt{Z})}{(1 - \sqrt{P})} \right]^c \quad [2]$$

donde $c = b_1 \cdot Z^2 + b_2 \cdot \ln(Z + 0,001) + b_3 \cdot \sqrt{Z} + b_4 \cdot e^Z + b_5 \cdot DAP / HT$

Este modelo fue utilizado para la predicción de diámetros a diversas alturas en distintas especies, como *Eucalyptus pilularis* Smith, *E. grandis* W. Hill ex Maiden, *Pinus banksiana* Lamb., *P. contorta* Dougl., *P. radiata* D. Don, *Picea glauca* (Moench) Voss, *Populus tremuloides* Michx. y 15 especies comerciales de Canadá (Kozak, 1988; Newnham, 1992; Muhairwe, 1999; Castedo y Álvarez González, 2000).

Max y Burkhart (1976):

$$d = DAP \cdot [b_1 \cdot (Z - 1) + b_2 \cdot (Z^2 - 1) + b_3 \cdot (a_1 - Z)^2 \cdot I_1 + b_4 \cdot (a_2 - Z)^2 \cdot I_2]^{0.5} \quad [3]$$

donde I_1 e I_2 son coeficientes que se encuentran condicionados a los valores de a_1 , a_2 y Z de la siguiente manera:

$$\begin{array}{llll} I_1 = 1 & \text{si } a_1 - Z \geq 0 & I_1 = 0 & \text{si } a_1 - Z < 0 \\ I_2 = 1 & \text{si } a_2 - Z \geq 0 & I_2 = 0 & \text{si } a_2 - Z < 0 \end{array}$$

Este modelo consta de tres submodelos polinomiales de grado cuadrático, uno en la base, otro en la parte central y un tercero para la punta del tronco, siendo a_1 y a_2 los puntos de encuentro de esos submodelos. Es una función muy difundida, con aplicación en diversas especies forestales: *P. elliotii* Englem. var *elliotii*, *P. banksiana*, *P. taeda* L., *P. contorta* Dougl., *P. radiata*, *Quercus phellos* L., *Liquidambar styraciflua* L., *P. glauca*, *P. tremuloides*, *E. pilularis* y *E. grandis* (Thomas y Parresol, 1991; Newnham, 1992; Figueiredo *et al.*, 1996; Muhairwe, 1999; Figueiredo y Schaaf, 1999; Castedo y Álvarez González, 2000).

Muhairwe (1993):

$$d = a_1 \cdot DAP^{a_2} \cdot a_3^{DAP} \cdot [1 - \sqrt{Z}]^c \quad [4]$$

El exponente c de este y del siguiente modelo incluye variables que se calcularon para *N. pumilio* por medio de técnicas de regresión paso a paso utilizando la metodología «backward», de acuerdo con el trabajo realizado para *Eucalyptus* por este autor. Esta función de perfil es una modificación de la función de Kozak (1988) propuesta por Muhairwe (1993) para evitar la estimación del punto de inflexión, y fue ensayada en este trabajo por presentar un mejor ajuste que el modelo (2) en algunas latifoliadas, como *E. pilularis* y *E. grandis* (Muhairwe, 1999).

Muhairwe (1999):

$$d = a_1 \cdot DAP^{a_2} \cdot [ap / h]^c \quad [5]$$

Este modelo no depende de HT para la estimación de d , pero tiene la desventaja de ser asintótico para el diámetro cero, brindando una altura infinita. Tampoco permite calcular el valor del diámetro cuando la altura es cero.

Incorporación del factor de forma en el cálculo del volumen total

A cada árbol muestra se le calculó el factor de forma o coeficiente mórfico (F_i) (volumen real del tronco respecto del volumen de un cilindro con su mismo DAP y HT), tanto el real como el modelizado, utilizando las funciones de perfil propuestas en el presente trabajo. El volumen del fuste modelizado se obtuvo utilizando trozas de la misma longitud (2 m) que para el cálculo del volumen real. Posteriormente, se ajustaron funciones de

VFCC utilizando como variables independientes a *HT*, *S*, *AB* y *F_i*. Los modelos base utilizados fueron:

Modelo de Peri *et al.* (1997) modificado:

$$VFCC = a_1 \cdot (4 - S)^{a_2} \cdot AB^{a_3 \cdot (4 - S)^{a_4}} \quad [6]$$

donde *S* asume valores discretos entre 1 y 3. Este modelo difiere del original porque incluye al *AB* en lugar del *DAP*.

Modelo de Schumacher y Hall (1933) modificado:

- Sin incluir los factores de forma calculados:

$$VFCC = a_1 \cdot AB^{a_2} \cdot HT^{a_3} \quad [7]$$

- Incluyendo los factores de forma calculados:

$$VFCC = a_1 \cdot F_i^{a_2} \cdot AB^{a_3} \cdot HT^{a_4} \quad [8]$$

Metodología de ajuste y validación de los modelos

Previamente al ajuste de los modelos, se determinó la mejor combinación posible de las variables *DAP*, *HT*, *h* y sus transformaciones para la definición de la expresión del parámetro *c* de los modelos [4] y [5], utilizándose el procedimiento de regresión lineal paso a paso (Muhairwe, 1993, 1999). Durante dicha regresión, se plantearon 21 combinaciones basadas en distintos exponentes de la variable *Z*, *DAP*, *HT* y sus cocientes. Posteriormente, el ajuste de todos los modelos se llevó a cabo mediante técnicas de regresión no lineal. Para la estimación de los parámetros se utilizó el algoritmo propuesto por Marquardt (1963). Los valores de partida de los parámetros fueron extraídos de los modelos propuestos en la bibliografía. La evaluación estadística se realizó mediante el coeficiente de determinación (*R*²), el estadístico de sesgo «error promedio» ($\bar{e}$) y los estadísticos de precisión «media de los valores absolutos de los residuos» ($|\bar{e}|$), «desviación estándar de los residuos» (*s*), «error medio cuadrático» (*EMC*) y el valor final de los mínimos cuadrados obtenidos en el ajuste de los modelos (Razón). Los errores se calcularon como la diferencia de los datos observados respecto de los predichos por cada modelo.

Los estadísticos señalados anteriormente se expresan de la siguiente forma:

$$\text{Error promedio o sesgo: } \bar{e} = \left(\sum_{i=1}^n e_i \right) / n$$

$$\text{Media de los valores absolutos de los residuos: } \bar{e} = \left(\sum_{i=1}^n |e_i| \right) / n$$

$$\text{Desviación estándar de los residuos: } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2}{n - 1}}$$

$$\text{Error medio cuadrático: } EMC = \left(\sum_{i=1}^n (e_i)^2 \right) / (n - q - 1)$$

Donde: q = número de parámetros del modelo; n = número de datos utilizados en el ajuste del modelo; e_i = residuo (valor observado – valor predicho); $\bar{e}$ = valor promedio del error.

Con los modelos ajustados se llevó a cabo una autovalidación utilizando la misma base de datos, realizando un análisis de los errores porcentuales promedio (% $\bar{e}$) y en valor absoluto (% $|\bar{e}|$) a través de rangos de frecuencia de diámetros, alturas relativas y calidades de sitio. El uso de los errores porcentuales presenta ventajas estadísticas para este tipo de análisis (Newnham, 1992), ya que la variable dependiente (d) varía considerablemente a lo largo del tronco, desde su valor máximo en la base del árbol hasta un valor cero en la punta.

RESULTADOS

Comportamiento global de los modelos de perfil

El parámetro c calculado para el modelo [4] dio como resultado la siguiente función: $c = b_1 \cdot Z^3 + b_2 \cdot \sqrt{Z} + b_3 \cdot DAP/HT + b_4 \cdot DAP + b_5 \cdot HT$, mientras que para el modelo [5] la función fue: $c = b_1 \cdot h + b_2 \cdot \sqrt{h} + b_3 \cdot h/DAP + b_4 \cdot \sqrt{h/DAP}$. Los valores de los parámetros obtenidos para los cinco modelos propuestos se presentan en la Tabla 3.

El ajuste de todos los modelos fue aceptable, con valores de R^2 entre 0,83 y 0,95, mientras que $\bar{e}$ en la estimación de d varió entre 0,02 y 0,66 cm (Tabla 4). Los modelos [2] y [4] presentaron los mejores ajustes globales, seguidos por el modelo [3]. Éstos fueron ajustados incluyendo a la altura total dentro de sus variables independientes. Los modelos que no incluyeron a ésta [1 y 5] presentaron un peor ajuste, pero sus estadísticos de

Tabla 3
Coefficientes de los modelos ensayados

Coeficiente	Modelos				
	1	2	3	4	5
a_1	1,00348265	0,29151240	0,58309149	0,27747721	1,48272752
a_2	1,22249790	1,57965694	0,09696107	1,71999246	0,90540161
a_3	-0,38228095	0,96922980		0,96922061	
b_1		-0,16467607	-2,34224284	0,25949854	0,02570955
b_2		0,03655969	0,96536359	-0,37302227	-0,01426781
b_3		-1,09239155	-1,12357590	0,46856982	-0,10248944
b_4		0,63576069	63,16658572	-0,01397264	0,86463279
b_5		0,17788846		0,02519491	

precisión y errores promedio fueron aceptables (Tabla 4). Los valores porcentuales del error promedio ($-0,5\%$ a $2,5\%$) y de la media de los valores absolutos (8% a 17%) se ubicaron dentro de los límites deseables para la utilización de un modelo (Fig. 1A y 1B). El comportamiento fue similar a lo observado en el anterior análisis, presentando peor ajuste aquellos modelos que no incluyen a la *HT* entre sus variables.

Tabla 4
Estadísticos de los modelos ensayados

Modelo	$\bar{e}$ (cm)	$ \bar{e} $ (cm)	R^2	s (cm)	EMC (cm)
1	0,663	2,754	0,83706	3,8715	15,2502
2	0,031	1,614	0,95754	1,9888	4,0052
3	0,161	1,645	0,95211	2,1072	4,5032
4	0,022	1,681	0,95464	2,0555	4,2779
5	0,496	2,654	0,85575	3,6648	13,5638

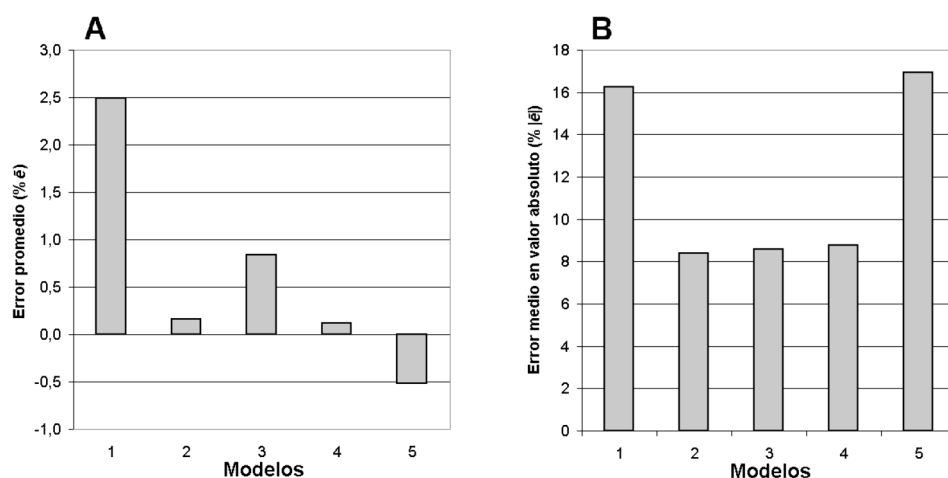


Fig. 1.—Valores porcentuales de: A) Error promedio (% $\bar{e}$) y B) Media de los valores absolutos de los residuos (% $|\bar{e}|$) en la estimación de los diámetros a lo largo del fuste para los modelos ensayados

Comportamiento frente a distintas clases de sitio y clases diamétricas

Los modelos que incluyen a la *HT* entre sus variables no presentaron tendencias en los errores porcentuales a lo largo del gradiente de calidades de sitio y *DAP* (Figs. 2 y 3), lo que pone de manifiesto la potencialidad de los mismos. Entre ellos, las ecuaciones [2] y [4] presentaron un mejor comportamiento, siendo sus errores porcentuales promedios menores al 5 %, mientras que los errores porcentuales en valor absoluto rondaron el 10 %. El comportamiento entre ambos modelos fue muy similar, no presentando excesivas diferencias. El modelo [3] presentó errores porcentuales promedio mayores al 5 % en clases de *DAP* inferiores (< 20 y 20-25 cm). El resto de los modelos [1 y 5] presentó tendencias en sus errores, siendo mayores en los extremos de las clases de sitio y de las clases diamétricas. Para estas dos funciones el error porcentual promedio alcanzó un máximo del 20 %, mientras que el error porcentual absoluto llegó a ser del 25 %.

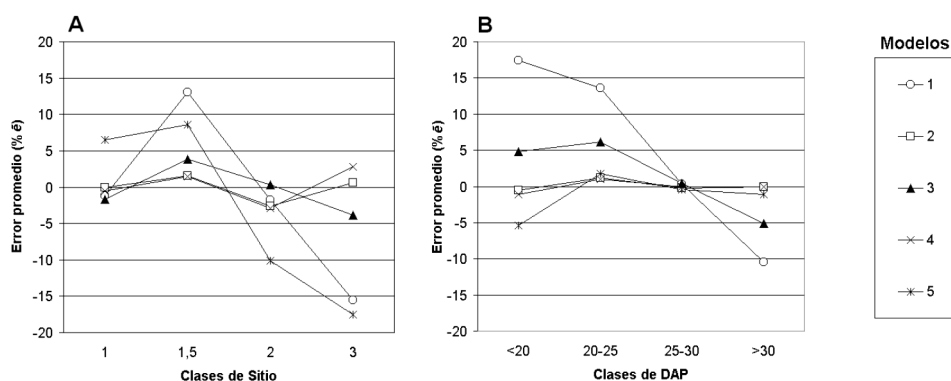


Fig. 2.—Error porcentual promedio (% $\bar{e}$) en la estimación de: A) diámetros para distintas clases de sitio; B) diámetros para distintas clases de *DAP*

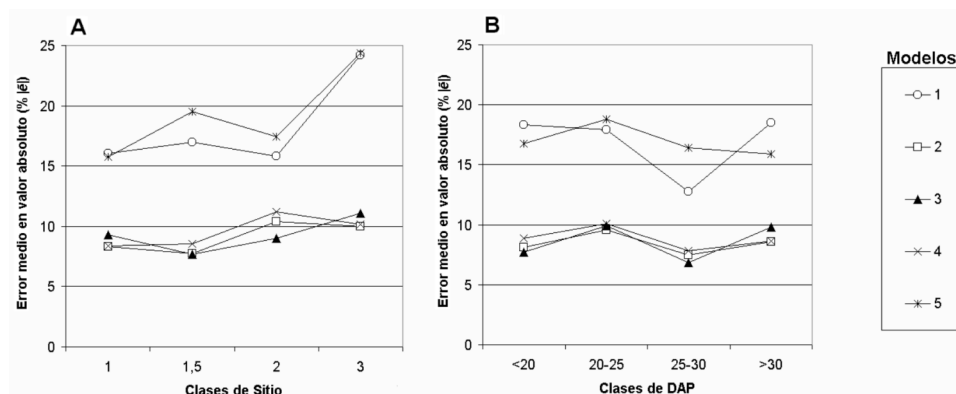


Fig. 3.—Error porcentual en valor absoluto (% $|\bar{e}|$) en la estimación de: A) diámetros para distintas clases de sitio; B) diámetros para distintas clases de *DAP*

Comportamiento frente a distintas alturas relativas

Se observó un comportamiento diferente entre los modelos ensayados al compararlos mediante los errores porcentuales frente a distintas alturas relativas (razón h/HT) (Fig. 4). Los modelos [2], [3] y [4] presentaron un buen ajuste, a excepción del extremo superior del árbol (por encima del 80-90 % de la altura relativa). Sin embargo, esta sección no es importante, ya que usualmente se desecha en los aprovechamientos forestales. El modelo [3] se destacó presentando el mínimo error a lo largo del tronco. El modelo [5] manifestó un comportamiento errático para todas las alturas relativas, demostrando la poca versatilidad de la ecuación. El modelo [1], que no tuvo un buen comportamiento en los análisis globales por individuo, presentó un buen ajuste al analizarlo frente a distintas alturas relativas (menores al 5 % al considerar los errores porcentuales promedio), con excepción de los extremos del tronco (en la base y al 90 % de la altura relativa) (Fig. 4). El sesgo en la base de los árboles fue el mayor inconveniente de esta ecuación, siendo la principal fuente de error de la misma. Sin embargo, esta deficiencia no descarta la potencialidad del modelo a la hora de su utilización en predicciones biométricas para la planificación, ya que el tocón se descarta durante los aprovechamientos forestales. El comportamiento del volumen frente a distintas alturas relativas no difirió mayormente de lo observado y descrito para los diámetros.

Incorporación del factor de forma obtenido de los modelos de perfil de tronco en las ecuaciones de volumen

La incorporación de la forma en los modelos tradicionales de volumen utilizados en *N. pumilio* se realizó incluyendo los factores de forma obtenidos de cada modelo, presentándose sus valores y estadísticos en la Tabla 5. Dicha incorporación mejora el ajuste (R^2 y s de los residuos) de las funciones que la incluyen, independientemente de la clase

Tabla 5
Modelos de volumen total con corteza del fuste, con y sin la inclusión del factor de forma

Modelo de volumen	R^2	Razón	$\bar{e}$ (m ³)	s (m ³)	Parámetros de la ecuación			
					a_1	a_2	a_3	a_4
6	0,8859	709,90	-0,0020	0,0761	7,00814350	0,11561003	0,94261424	-0,06163554
7	0,9226	1.403,21	-0,0017	0,0633	0,26321879	0,79551624	0,99323323	-
8 (1)	0,9341	1.238,37	-0,0024	0,0578	0,16191377	0,26841966	0,67907576	1,11166979
8 (2)	0,9394	1.349,40	-0,0014	0,0555	0,64402785	0,51035831	0,90600165	0,93405648
8 (3)	0,9366	1.289,51	-0,0022	0,0567	0,32100163	0,46641258	0,75426918	1,01038048
8 (4)	0,9427	1.427,57	-0,0011	0,0539	0,67692327	0,62287597	0,92483001	0,96314452
8 (5)	0,9361	1.278,89	-0,0023	0,0569	0,13736323	0,31920743	0,77507073	1,27113223

Razón = valor final de los mínimos cuadrados obtenidos en el ajuste de los modelos. Entre paréntesis se indica el modelo de forma de tronco utilizado: 1 = Modelo con inclusión de la calidad de sitio; 2 = Kozak (1988); 3 = Max y Burkhart (1976); 4 = Muhairwe (1993); 5 = Muhairwe (1999).

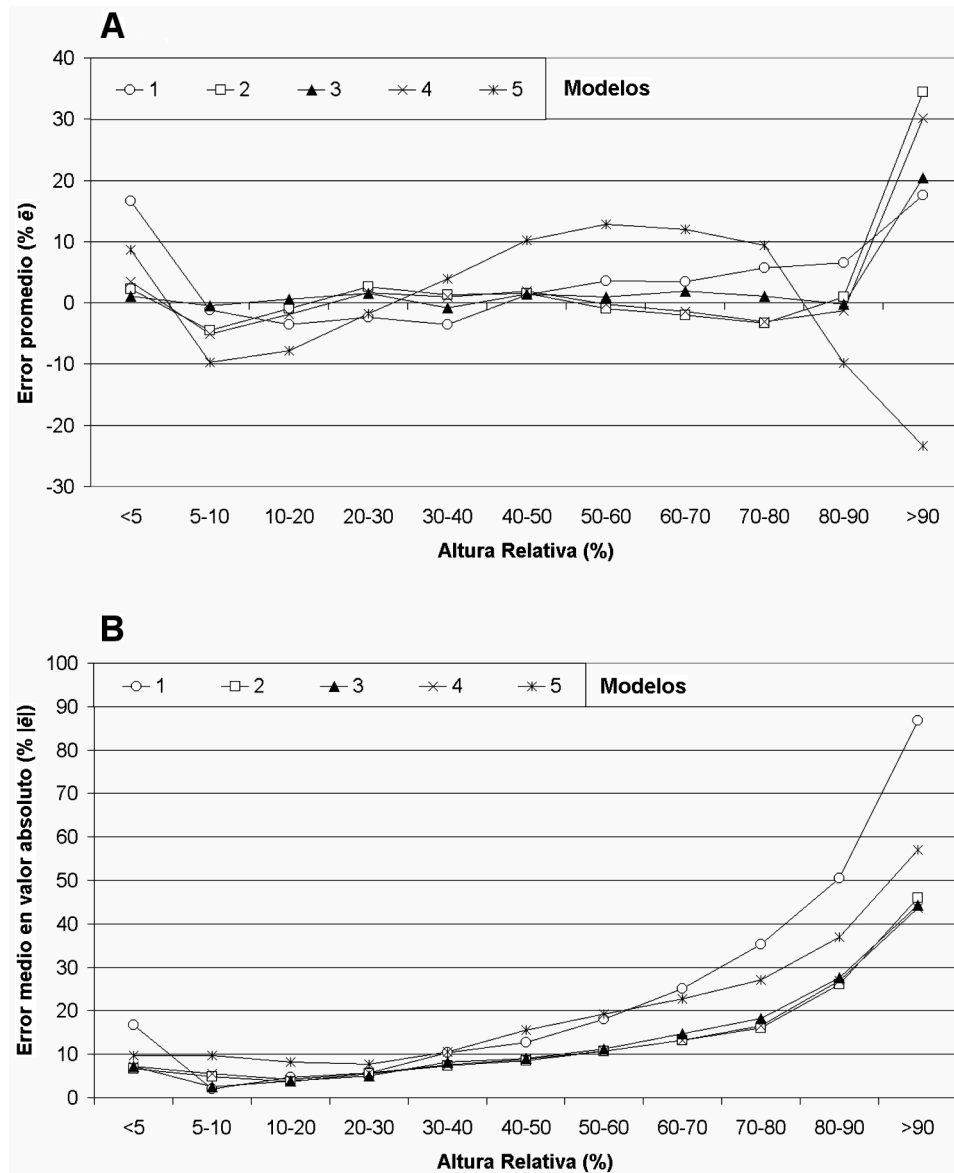


Fig. 4.—Errores en la estimación del diámetro para distintas alturas relativas: A) porcentual promedio (% $\bar{e}$); B) porcentual en valor absoluto (% $|\bar{e}|$)

de modelo que calcula el factor de forma. Los errores promedio ($\bar{e}$) varían de acuerdo a los modelos, siendo la ecuación de volumen de Schumacher y Hall, modificada con la incorporación del factor de forma calculado mediante el modelo [4], la que presenta el menor error promedio ($-0,001 \text{ m}^3$).

Al realizar un análisis de los residuos de los modelos de volumen mediante los residuos porcentuales en valor absoluto ($\% |\bar{e}|$), se observa que los mismos presentan un comportamiento similar frente a un gradiente de calidad de sitio, siendo la calidad de sitio 2 la que tiene peor ajuste (Tabla 6). Por otra parte, al analizar los errores porcentuales promedio relativos ($\% \bar{e}$) se observan diferentes comportamientos; por ejemplo, el modelo [7] de Schumacher y Hall presenta una sobreestimación en la calidad de sitio 1 y una subestimación en el resto de los sitios, con una clara tendencia en la distribución de los errores a lo largo del gradiente analizado, mientras que el mismo modelo con la incorporación del factor de forma calculado mediante el modelo [4] no presenta dichas tendencias.

Tabla 6

Análisis de los residuos porcentuales promedio y absoluto de los modelos de volumen total con corteza del fuste, con o sin la inclusión del factor de forma

Error porcentual	Clase de sitio	Modelo de volumen						
		6	7	8 (1)	8 (2)	8 (3)	8 (4)	8 (5)
Promedio ($\% \bar{e}$)	1	4,36 %	3,14 %	-0,40 %	1,25 %	0,48 %	1,54 %	1,57 %
	1,5	2,78 %	-1,90 %	1,74 %	1,63 %	1,57 %	2,34 %	1,21 %
	2	-16,22 %	-3,85 %	-5,22 %	-5,02 %	-4,45 %	-4,40 %	-4,76 %
	3	2,29 %	-0,02 %	-0,47 %	0,01 %	-0,15 %	0,39 %	-0,52 %
	Total	-0,39 %	-0,34 %	-0,48 %	-0,28 %	-0,43 %	0,19 %	-0,45 %
Absoluto ($\% \bar{e} $)	1	16,16 %	14,13 %	13,23 %	11,95 %	13,21 %	12,06 %	13,46 %
	1,5	13,34 %	10,57 %	8,52 %	7,36 %	7,55 %	7,86 %	7,46 %
	2	16,22 %	7,40 %	8,10 %	8,30 %	7,73 %	7,70 %	7,96 %
	3	7,97 %	7,04 %	6,78 %	6,81 %	6,77 %	6,21 %	6,84 %
	Total	12,33 %	9,40 %	8,82 %	8,35 %	8,56 %	8,13 %	8,67 %

Entre paréntesis se indica el modelo de forma de tronco utilizado: 1 = Modelo con inclusión de la calidad de sitio; 2 = Kozak (1988); 3 = Max y Burkhart (1976); 4 = Muhairwe (1993); 5 = Muhairwe (1999).

DISCUSIÓN

La selección del mejor modelo de perfil tiene que ser llevada a cabo con suma precaución, teniendo en cuenta el conjunto de resultados, análisis y comportamiento de los datos. Por ejemplo, diferentes modelos podrían llegar a ser seleccionados si se los analizara de acuerdo a determinados estimadores por separado (ver los comportamientos de los distintos modelos en los análisis presentados en Tabla 4 y Figs. 1 a 4). Por otra parte, un modelo debería tener un bajo error total en la estimación de los diámetros a diferentes alturas, pero mucho más importante es su comportamiento parcial a lo largo del tronco, en distintas calidades de sitio o clases diamétricas.

Ecuaciones de forma que incluyen a la altura total (modelos 2, 3 y 4)

Los modelos ensayados que incluyen a la altura total como variable predictora, tuvieron un mejor comportamiento general en comparación con los modelos [1] y [5]. El modelo [2] presentó los mejores valores de R^2 y de $|\bar{e}|$. Además, la distribución del error por clases de sitio y de *DAP* presentó un mejor comportamiento frente a la del modelo [3], y muy similar a la del modelo [4]. Con respecto al comportamiento del modelo [2] a distintas alturas relativas, el modelo [3] apenas lo superó, no encontrándose diferencias con el modelo [4]. Otros autores (Vallejos *et al.*, 1998; Castedo y Álvarez González, 2000) también encontraron que este modelo presentaba buenos resultados para las especies estudiadas. El modelo [3] tuvo un excelente comportamiento en la predicción de diámetros a distintas alturas relativas, pero no respondió bien a las variaciones dentro de distintas clases de *DAP*. Algunas investigaciones encontraron este modelo muy adecuado para la predicción (Thomas y Parresol, 1991; Figueiredo *et al.*, 1996), pero no tuvo un buen comportamiento para *N. pumilio*.

El modelo [4] presentó el menor $\bar{e}$ (Fig. 1), y en la distribución del error por clases de sitio y *DAP* su comportamiento fue mejor que el del modelo [3] y apenas inferior al del modelo [2]. Con respecto a su comportamiento frente a distintas alturas relativas, el modelo [3] apenas lo superó. Era de esperar que el modelo [4] tuviera un mejor comportamiento general que el modelo [2], ya que fue lo observado por Muhairwe (1999) para otras especies latifoliadas, observándose comportamientos similares entre estos dos modelos para *N. pumilio*. Futuras investigaciones son necesarias para encontrar el valor real de P para la especie estudiada, para así reformular el modelo [2] y lograr mejores ajustes basados en una mayor base de datos y en distintas condiciones de rodal. Por otra parte, el modelo [4] capturó la forma neiloide de la base y la paraboloides de la parte superior del tronco (Fig. 5), además de no necesitar la estimación de la altura relativa del punto de inflexión, simplificando su desarrollo (Muhairwe, 1993).

Ecuaciones de forma que no incluyen a la altura total (modelos 1 y 5)

El modelo [1] no reflejó la forma neiloide de la base del tronco (Fig. 5), mientras que el modelo [5] es asintótico para la punta del árbol, por lo que no se puede predecir d para la altura cero, ya que la variable h se encuentra como denominador dentro del modelo. Sin embargo, estos modelos mejoraron la estimación del volumen total con corteza del tronco

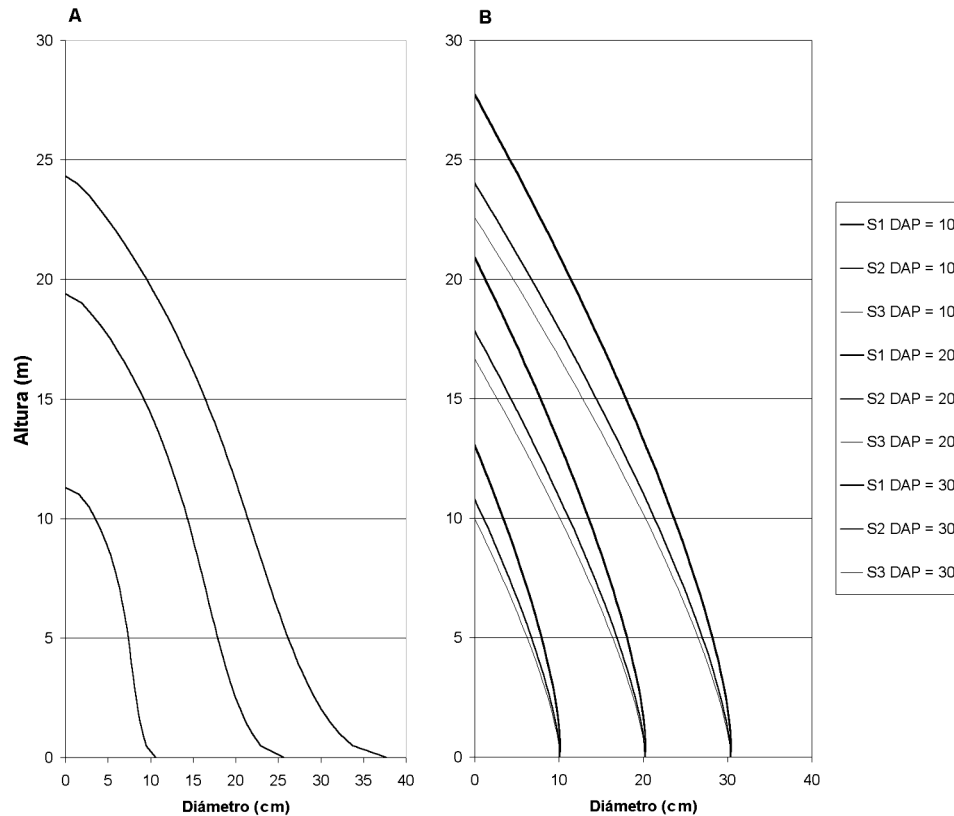


Fig. 5.—Representación gráfica por calidad de sitio y diamétricas de las ecuaciones que presentan el mejor ajuste: A) que incluyen a la altura total, modelo [4]; B) que no incluyen a la altura total, modelo [1]

cuando se incorporó el factor de forma calculado mediante estas ecuaciones a los modelos ensayados.

Se debe tener en cuenta el balance entre la pérdida de precisión en la estimación de los diámetros a cambio de simplificar el cálculo y disminuir el costo de la toma de datos. La pérdida de precisión entre los modelos [1] y [4] para la estimación de d es del 2,37 %, que puede considerarse despreciable. Además, el error de medición de la HT para *N. pumilio* está entre 5 % y 10 %, debido principalmente a su copa globosa y a la dificultad de la observación de la punta del árbol (Loetsch *et al.*, 1973) se miden. Por otra parte, utilizando el modelo [1] se requiere un número menor de alturas medidas que con el modelo [4]. Lo mismo ocurre con el cálculo del volumen total, siendo éste más preciso mediante la fórmula de Schumacher y Hall (que incluye HT), que a través del modelo propuesto por Peri *et al.* (1997); sin embargo, al prescindir de la medición de la HT y utilizar la variable «clase de sitio», se hace más fácil y viable la utilización del modelo [1].

CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que es posible la predicción de la forma del tronco mediante modelos de perfil en *Nothofagus pumilio* a partir de variables de fácil y usual medición durante los inventarios forestales. El análisis de los modelos ensayados dio como resultado que el modelo de perfil de Muirwe de exponente variable tiene el mejor comportamiento general, debido a su adecuación a distintas clases de sitio y clases diamétricas, y su capacidad de predicción para distintas alturas relativas. Se recomienda su uso a pesar de ser un modelo complicado y de contener una gran cantidad de parámetros y variable, además de no necesitar la estimación de la altura relativa del punto de inflexión como el modelo de perfil de Kozak de exponente variable. Sin embargo, el modelo propuesto en este trabajo, que incluye a la calidad de sitio como variable predictora, tiene un ajuste aceptable y es más práctico, ya que no necesita de la medición de la altura total.

La inclusión de la forma en la construcción de los modelos de volumen mejora el ajuste a través de una metodología sencilla y sin producir modelos engorrosos. A través de este trabajo se han determinado los mejores modelos de perfil de fuste para esta especie, destacando la potencialidad del uso de la calidad de sitio como variable predictora. Sin embargo, los modelos desarrollados deben ser utilizados dentro de los rangos descritos para la toma de muestra.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a Sabrina Vaccaro y Verónica Piriz Carrillo por la toma de muestras, a Julián Cellini, Ricardo Vukasovic, Carlos Raúl Spagarino y Boris Gastón Díaz por sus comentarios siempre acertados y constructivos, y a los revisores anónimos por sus sugerencias que han mejorado sustancialmente el artículo original.

SUMMARY

Taper equations for *Nothofagus pumilio* (Poepp. et Endl.) Krasser and their use in total volume estimation

Sixty trees of *Nothofagus pumilio* along a site gradient between qualities 1 to 3 were sampled in Tierra del Fuego (Argentina). Taper equations were fitted for trees living in secondary forests (stands originated from the regeneration after the harvesting) of *N. pumilio*, comparing four traditional models with a non-traditional equation, which use the site quality as variable. Therefore, form factor was incorporated into the traditional volume equations comparing their fitting by a residual analysis.

Muirwe variable-exponent taper equation, which includes the diameter at the breast height, the total height and the height at a certain diameter, had the best general behavior, with the best fit to several site quality classes, diameter and relative heights. The new proposed model in this work, that included the site quality as variable has poor fit, but increase their usefulness, since it not include the total height mensuration. The inclusion of the form factor in the elaboration of the volume models improves the fit through a simple methodology, without increasing the complexity of the traditional models.

Key words: taper functions, volume models, lenga, forest inventory, Tierra del Fuego, Patagonia

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSMAN E., 1970. The principles of forest yield study. Pergamon Press. Oxford. New York. 506 pp.
- CASTEDO F., ÁLVAREZ GONZÁLEZ J.G., 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basada en una función de perfil del tronco. Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales 9(2), 253-268.
- FERNÁNDEZ C., MARTÍNEZ PASTUR G., PERI P., VUKASOVIC R., 1997. Thinning schedules for *Nothofagus pumilio* forest in Patagonia, Argentina. XI Congreso Forestal Mundial. Antalya (Turquía), Volumen 3: D. Función productiva de los bosques. Publicación en CD.
- FIGUEIREDO FILHO A., BORDERS B.E., HITCH K.L., 1996. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in Southern Brazil. Forest Ecology and Management 83, 39-46.
- FIGUEIREDO FILHO A., SCHAAF L.B., 1999. Comparison between predicted volumes estimated by taper equations and true volumes obtained by the water displacement technique (xylometer). Can. J. For. Res. 29, 451-461.
- GRAY H.R., 1956. The form and taper of tree stems. Oxford Imperial Forestry Institute, Paper n.º 32.
- HANN D.W., WALTERS D.K., SCRIVINI J.A., 1987. Incorporating crown ratio in to prediction equations for Douglas-fir stem volume. Can. J. For. Res. 17, 17-22.
- HUSH B., MILLER C., BEERS T., 1982. Forest Mensuration. 3rd Ed, Wiley, New York, 402 pp.
- KOZAK A., 1988. A variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 18, 1363-1368.
- LOETSCH F., ZÖHER F., HALLER K.E., 1973. Forest Inventory. BLV Verlagsgesellschaft mbH, München, 469 pp.
- MARQUARDT D.W., 1963. An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. Journal of the Society of Industrial and Applied Mathematics 2, 431-441.
- MARTÍNEZ PASTUR G., PERI P., VUKASOVIC R., VACCARO S., PIRIZ CARRILLO V., 1997. Site index equation for *Nothofagus pumilio* Patagonian forest. Phytos 61(1/2), 55-60.
- MARTÍNEZ PASTUR G., CELLINI J.M., PERI P., VUKASOVIC R., FERNÁNDEZ C., 2000a. Timber production of *Nothofagus pumilio* forests by a shelterwood system in Tierra del Fuego (Argentina). Journal of Forest Ecology and Management 134(1-3), 153-162.
- MARTÍNEZ PASTUR G., LENCINAS M.V., VUKASOVIC R., PERI P., DÍAZ B., CELLINI J.M., 2000b. Turno de corta y posibilidad de los bosques de Lengua bajo manejo a lo largo de un gradiente de calidad de sitio. Actas Reunión Internacional: Modelos y Métodos Estadísticos Aplicados a Bosques Naturales. pp 20-21. Valdivia, Chile.
- MAX T.A., BURKHART H.E., 1976. Segmented-polynomial regression applied to taper equations. For. Sci. 22, 283-289.
- MORRIS D.M., FORSLUND R.R., 1992. The relative importance of competition, microsite, and climate in controlling the stem taper and profile shape in jack pine. Can. J. For. Res. 22, 1999-2003.
- MUHAIRWE C.K., 1993. Examination and modeling of tree form and taper over time for interior lodgepole pine. Tesis Doctoral, University of British Columbia, Canada.
- MUHAIRWE C.K., 1999. Taper equation for *Eucalyptus pilularis* and *Eucalyptus grandis* for the north coast in New South Wales, Australia. Forest Ecology and Management 113, 251-269.
- MUHAIRWE C.K., LEMAY V.M., KOZAK A., 1994. Effects of adding tree, stand, and site variables to Kozak's variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 24, 252-259.
- NEWNHAM R.M., 1992. Variable-form taper functions for four Albert tree species. Can. J. For. Res. 22, 210-223.
- PERI P., MARTÍNEZ PASTUR G., DÍAZ B., FUCARACCIO F., 1997. Uso del índice de sitio para la construcción de ecuaciones estándar de volumen total de fuste para lengua (*Nothofagus pumilio*) en Patagonia Austral. II Congreso Forestal Argentino y Latinoamericano. Tomo Bosques Nativos y Protección Ambiental. Posadas, pp. 309-316.
- RUSTAGI K.R., LOVELESS R.S., 1991. Compatible variable-form volume and stem-profile equation for Douglas-fir. Can. J. For. Res. 21, 143-151.
- SCHUMACHER F.X., HALL F., 1933. Logarithmic expression of timber - tree volume. J. Agric. Res. 47, 719-734.
- SCHMIDT H., URZÚA A., 1982. Transformación y manejo de los bosques de lengua en Magallanes. Universidad de Chile. Facultad de Ciencias Agrarias, Veterinarias y Forestales. Ciencias Agrícolas 11, 62 pp.
- THOMAS C.E., PARRESOL B.R., 1991. Simple, flexible, trigonometric taper equations. Can. J. For. Res. 21, 1132-1137.
- VALLEJOS O., MENDOZA M., ROJAS M., 1998. Función de ahusamiento para *Eucalyptus delegatensis* R.T. Baker. Fundo El Picazo, VII Región, Chile. Primer Congreso Latinoamericano de IUFRO. Valdivia (Chile), 22-28 noviembre. Publicación en CD.