

EVALUACIÓN DE MODELOS FUSTALES PARA *Pseudotsuga menziesii* EN LA PATAGONIA ANDINA ARGENTINA

M. DAVEL ¹, G. TRINCADO ²

¹ Centro de Investigación y Extensión Forestal Andino Patagónico (CIEFAP).
CC 14, CP9200, Esquel, Chubut. Argentina
mdavel@ciefap.cyt.edu.ar

² Instituto de Manejo Forestal, Universidad Austral de Chile, Casilla 567, Valdivia. Chile

RESUMEN

Se evalúan distintos modelos fustales para ser utilizados en *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco en la Patagonia Andina Argentina. Los modelos evaluados corresponden a los propuestos por Bruce *et al.* (1968), Real y Moore (1986), Kozak (1988) y Pérez *et al.* (1990), utilizando para el ajuste información de 268 árboles provenientes de 68 rodales distribuidos en el área geográfica donde se foresta con esta especie en el país.

La validación de la estimación de volúmenes, diámetros y alturas, se realizó utilizando medidas de error y sesgo, empleando una base de datos independiente a la utilizada en el ajuste de cada uno de los modelos. Se analizó el comportamiento de cada uno de ellos para el total del fuste y para diferentes porciones del mismo. Finalmente, la evaluación realizada indica que los mejores modelos correspondieron a los de Kozak (1988) y Bruce *et al.* (1968).

PALABRAS CLAVE: Funciones de ahusamiento
Pseudotsuga menziesii

INTRODUCCIÓN

La estimación de volúmenes para árboles en pie se ha efectuado en Argentina mediante el uso de funciones de volumen, las cuales utilizan como variables predictoras el diámetro a la altura del pecho, la altura total o comercial y en algunas ocasiones una medida de la forma del fuste.

Sobre la base de este tipo de funciones se han desarrollado recientemente en la región Andino-Patagónica diversas tablas de volumen, tanto para especies nativas (Chauchard, 1991), como para especies exóticas (Andenmatten *et al.*, 1995; Rey *et al.*, 1995). A pesar

Recibido: 7-6-99

Aceptado para su publicación: 24-11-99

de que estas funciones realizan estimaciones de volumen total con bastante exactitud, presentan la desventaja de no permitir el cálculo de diversos volúmenes comerciales. Una solución al problema ha sido desarrollar funciones de volumen para diversos diámetros límites, siendo apropiadas mientras no se produzcan cambios en los estándares de utilización de la industria forestal (Torrubiano, 1994). Por otro lado, esto implica que se deban ajustar funciones independientes para cada índice de utilización, las cuales no necesariamente se encuentran relacionadas (Bruce *et al.*, 1968). Esto puede producir inconsistencias en las estimaciones de volumen como consecuencia del entrecruzamiento de las mismas dentro del rango de datos, dando diferentes volúmenes comerciales para un mismo fuste (Cao *et al.*, 1980; Trincado y Gadow, 1996).

Una alternativa es el ajuste de funciones de ahusamiento, las cuales permiten estimar diámetro a cualquier altura del fuste, altura hasta cualquier diámetro predeterminado y volumen entre dos alturas, pudiéndose simular el trozado de un árbol para una variedad de productos (Real y Moore, 1986; Kozak, 1988).

Según Kozak (1988), las funciones de ahusamiento pueden ser divididas en dos grandes grupos: (1) modelos simples, que describen los cambios diamétricos a lo largo del fuste con una sola función, siendo fáciles de ajustar y de integrar para el cálculo de volúmenes. Sin embargo, pueden presentar sesgos considerables en la estimación de diámetros basales o en otras porciones del fuste. Algunas funciones de este tipo han sido propuestas por Osumi (1959), Kozak *et al.* (1969), Demaerschalk (1973), Bruce *et al.* (1968), Ormerod (1973), Goulding y Murray (1976), Coffré (1982), Real y Moore (1986), entre otros.

Por otro lado están los (2) modelos complejos, que utilizan diferentes funciones para las distintas partes del fuste, condicionando la unión entre ellas al igualar las estimaciones en los puntos de intersección. Pueden permitir la estimación de diámetros con menor sesgo, pero presentan la desventaja que en muchos casos los coeficientes son difíciles de estimar y las fórmulas para el cálculo del volumen y la altura comercial son complejas o no existen, debiéndose resolver mediante algún algoritmo de iteración. Entre los modelos complejos se encuentran los propuestos por Max y Burkhart (1976), Demaerschalk y Kozak (1977), Cao *et al.* (1980), Newberry y Burkhart (1986), Kozak (1988), Newnham (1988), Pérez *et al.* (1990), entre otros.

El presente estudio tiene como objetivo evaluar algunos de estos modelos y determinar cuál es el que presenta mejor comportamiento para ser utilizado en las plantaciones de *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco (pino oregón) de la región Andino-Patagónica.

MATERIAL Y MÉTODOS

Área de estudio

El área de estudio abarca la zona en donde se desarrollan las plantaciones de pino oregón y *Pinus ponderosa* Dougl. ex Laws (pino ponderosa) en la región Patagónica de la República Argentina, las cuales presentan en su mayoría edades entre 17 y 30 años (Davel, 1998).

Estas plantaciones se encuentran distribuidas geográficamente en una franja que se extiende en dirección norte-sur desde los 37° a los 44° de latitud sur y desde la isohieta de

los 500 mm hasta el bosque Andino-Patagónico, abarcando parte de las provincias de Neuquén, Río Negro y Chubut. Dentro de esta zona, las plantaciones de pino oregón se encuentran ocupando los mejores sitios, con un rango de precipitaciones que abarcan desde los 700 a los 2.000 mm, entre los 300 y 1.100 m de altura sobre el nivel del mar y aproximadamente desde los 40° a los 43° de latitud sur (Davel, 1998).

Base dendrométrica

Los datos fueron obtenidos a partir de parcelas temporales medidas en 68 rodales localizados dentro del rango de distribución de la especie en la región, tratando de cubrir la variabilidad de clases de edad, sitio, densidad y esquemas de manejo aplicados. En cada una de estas parcelas de forma circular y de 200 m² de superficie se voltearon un total de cinco individuos, correspondiendo a dos árboles seleccionados en forma aleatoria, los dos árboles que presentaban el mayor diámetro a la altura del pecho (*DAP*, a 1,3 m sobre el suelo, con corteza) y el de menor diámetro a la misma altura.

Para cada uno de los árboles muestra se midió el *DAP*, la altura total (*HT*), la altura de tocón (*Htoc*) y diámetros a lo largo del fuste cada un metro, incluyendo una medición diametral entre la base del fuste y el *DAP*. Todos los diámetros se midieron con corteza (*dcc_(h)*) y sin corteza (*dsc_(h)*). En la Tabla 1 se presentan los estadísticos descriptivos de los 268 árboles muestra empleados en el estudio y en la Tabla 2 su distribución por clases de diámetro y altura.

El volumen total con y sin corteza fue calculado por suma de los volúmenes individuales de cada sección. Para el cálculo del volumen de la primera sección se asumió la forma de un cilindro, mientras que para la última sección se asumió la forma de un cono. El volumen del resto de las secciones fue calculado utilizando la fórmula de Smalian (Avery y Burkhart, 1994).

TABLA 1
ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS PARA LOS 268 ÁRBOLES MUESTRA
Descriptive Statistics for the 268 sample trees

Estadísticos Descriptivos	DAPcc (cm)	DAPsc (cm)	HT (m)	Edad ¹ (años)
Mínimo	8,30	7,80	7,11	14
Máximo	61,20	58,00	41,56	52
Media	22,60	21,20	17,13	24
Desv. Estand.	8,8	8,3	6,4	7,2
Varianza	77,20	68,83	41,19	50
CV (%)	39	39	37	30

¹ Medida a la altura del tocón.

TABLA 2
DISTRIBUCIÓN DE ÁRBOLES MUESTRA POR CLASE DIAMÉTRICAS
Y CLASES DE ALTURA

Distribution of the sample trees by diameter and total height classes

Clase diam. (cm)	Clases de altura (m)				TOTAL
	< 10	10-20	20-30	> 30	
8-18	15	67	4	–	86
18-28	–	105	16	3	124
28-38	–	19	19	1	39
38-48	–	–	7	9	16
48-58	–	–	–	2	2
> 58	–	–	–	1	1
TOTAL	15	191	46	16	268

Modelos evaluados

Los modelos evaluados correspondieron a:

Bruce *et al.* (1968)

$$\begin{aligned} \text{dsc}_{(h)}^2 / \text{DAPcc}^2 = & b_1 X^{1,5} + b_2 (X^{1,5} - X^3) \text{DAPcc} + \\ & + b_3 (X^{1,5} - X^3) \text{HT} + b_4 (X^{1,5} - X^{32}) \text{HT DAPcc} + \\ & + b_5 (X^{1,5} - X^{32}) \text{HT}^{0,5} + b_6 (X^{1,5} - X^{40}) \text{HT}^2 \end{aligned}$$

donde:

- $\text{dsc}_{(h)}$ = diámetro (cm) sin corteza, medido a la altura h (m) del fuste
 DAPcc = diámetro (cm) con corteza, medido a 1,30 m sobre el suelo
 HT = altura total (m)
 h_j = altura (m) desde el suelo hasta el diámetro d_j ($j = 1, \dots, n$)
 X = $(\text{HT} - h_j) / (\text{HT} - 1,3)$
 b_i = parámetros a ser estimados ($i = 1, \dots, 6$)

Real y Moore (1986)

$$\text{dsc}_{(h)}^2 / \text{DAPcc}^2 = X^2 + b_1 (X^3 - X^2) + b_2 (X^8 - X^2) + b_3 (X^{40} - X^2)$$

Ambos son modelos polinómicos de alto grado con potencias que llegan hasta valores de 40, necesarias para asegurar un buen ajuste en la parte basal del fuste (Bruce *et al.*, 1968; Real y Moore, 1986).

Kozak (1988)

$$dsc_{(h)} / DI = X^c$$

donde:

$$X = (1 - (hj / HT)^{0.5}) / (1 - [(HI / HT)]^{0.5})$$

DI = diámetro (cm) sin corteza en el punto de inflexión
 HI = altura (m) desde el suelo al punto de inflexión

Este modelo fue desarrollado bajo el supuesto de que el fuste de un árbol presenta diferentes formas geométricas, siendo neiloide en la base, paraboloides en la parte central y cónico en la parte superior. Demaerschalk y Kozak (1977) sostienen que el cambio desde neiloide a paraboloides se produce a un dado porcentaje de la altura total del árbol, al que llaman punto de inflexión (**I**), encontrando que para la mayoría de las especies comerciales de British Columbia se localiza entre un 20 y 25% de la altura total. Esto se expresa en el comportamiento de la función con un cambio de dirección cuando $hj / HT = (HI / HT)$, en este momento se cumple que $dsc_{(h)} = DI$ (Kozak, 1988).

Para la estimación de c y DI , Kozak propone las siguientes expresiones:

$$c = c_1 Z^2 + c_2 \ln(Z + 0,001) + c_3 \sqrt{Z} + c_4 e^Z + c_5 (DAPcc / HT)$$

y para

$$DI = a_0 DAPcc^{a_1} a_2^{DAPcc}$$

donde:

$$Z = hj / HT$$

\ln = logaritmo natural

Sustituyendo las expresiones de c y DI en la ecuación general y aplicando logaritmo para linealizar el modelo, se llega a la siguiente expresión:

$$\ln(dsc_{(h)}) = b_0 + b_1 \ln(DAPcc) + b_2 DAPcc + b_3 \ln(X) Z^2 + b_4 \ln(X) \ln(Z + 0,001) + b_5 \ln(X) Z^{0.5} + b_6 \ln(X) e^Z + b_7 \ln(X) (DAPcc / HT)$$

Pérez et al. (1990)

$$dsc_{(h)} = a DAPcc^{b_1} X^c$$

donde:

$$c = c_1 Z^2 + c_2 \ln(Z + 0,001) + c_3 (DAPcc / HT)$$

Reemplazando c en el modelo original y linealizando mediante transformación logarítmica se obtiene:

$$\ln(dsc_{(h)}) = b_0 + b_1 \ln(DAPcc) + b_2 \ln(X) Z^2 + b_3 \ln(X) \ln(Z + 0,001) + b_4 \ln(X) (DAPcc / HT)$$

Este modelo es una modificación del propuesto por Kozak (1988), tratando de eliminar el posible problema de multicolinealidad producto de la dependencia lineal entre las

variables independientes. Si esto sucede, los coeficientes obtenidos por mínimos cuadrados pueden no ser estimados en forma precisa.

Estos modelos tienen dos desventajas: (1) no pueden ser integrados para calcular volumen, debiendo calcularse a partir de las estimaciones de diámetros sin corteza y alturas y (2) la altura comercial para un determinado diámetro límite no puede ser calculada directamente, por lo que debe ser obtenida por iteración.

Base de datos para la validación de los modelos

Con el fin de ser utilizados para la validación de los modelos, se procedió a seleccionar aleatoriamente 70 árboles de la base de datos original, los cuales no formaron parte de los 268 árboles utilizados en la estimación de los coeficientes. Esto se realizó a fin de evaluar los modelos con una base de datos diferente a la utilizada para el ajuste. Los estadísticos descriptivos de la muestra de validación y su distribución por clases de diámetro y altura se presentan en las Tablas 3 y 4.

La validación y comparación de los modelos se realizó en base a medidas de error absoluto (Raíz del Error Medio Cuadrático, **REMC**) y sesgo (Diferencia Agregada, **DIFA**):

$$REMC = \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_o \setminus Y_e)^2 / n}$$

$$DIFA = \sum_{i=1}^n (Y_o \setminus Y_e) / n$$

donde Y_o = valor observado e Y_e = valor estimado.

Los valores porcentuales de cada uno de los estadísticos se obtuvieron dividiéndolos por la media de los valores observados y multiplicando por 100 (**REMC %** y **DIFA %**).

Posteriormente los modelos fueron evaluados en la estimación de diámetros, alturas y volúmenes, teniendo en cuenta el total del fuste y las distintas porciones del mismo, dividiendo cada uno de los fustes en 10 alturas relativas.

TABLA 3
ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LOS 70 ÁRBOLES UTILIZADOS PARA LA VALIDACIÓN

Some statistics of the 70 sample trees used for the validation

Estadísticos Descriptivos	DAPcc ¹ (cm)	DAPsc ² (cm)	HT (m)	Edad ³ (años)
Mínimo	8,80	7,80	7,25	14
Máximo	43,00	41,10	35,33	46
Media	21,10	19,70	16,47	23
Desv. Estand.	8,0	7,6	6,11	8
Varianza	63,70	57,11	37,40	58
CV (%)	38	38	37	32

¹ Dap con corteza.

² Dap sin corteza.

³ Medida a la altura del tocón.

TABLA 4

**DISTRIBUCIÓN DE LOS ÁRBOLES UTILIZADOS PARA LA VALIDACIÓN
POR CLASE DIAMÉTRICAS Y DE ALTURA**

Distribution of the sample trees used for the validation by diameter and total height classes

Clase diam. (cm)	Clases de altura (m)				TOTAL
	< 10	10-20	20-30	> 30	
8-18	8	15	1	–	24
18-28	–	24	3	2	29
28-38	–	11	4	1	16
38-48	–	–	1	–	1
48-58	–	–	–	–	–
58-+	–	–	–	–	–
TOTAL	8	50	9	3	70

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La estimación de los coeficientes para los cuatro modelos ajustados se presenta en la Tabla 5. Debe considerarse que los estadísticos R^2 y REMC para modelos con distintas variables dependientes no son comparables.

La Tabla 6 presenta los valores de error y sesgo en las estimaciones de volumen total sin corteza para el total de datos y en la Figura 1 se observa el comportamiento de los modelos para distintas alturas relativas.

Los modelos de Kozak (1988) y de Bruce *et al.* (1968) son los que presentan mejor comportamiento tanto en la estimación del volumen total del fuste como en la de los volúmenes de las distintas porciones del mismo. Para las distintas porciones del fuste se observa que el modelo de Bruce *et al.* (1968) muestra mayor consistencia, subestimando levemente el volumen a lo largo del fuste. En cambio, los otros modelos subestiman en algunas partes del fuste y sobreestiman en otras.

En un segundo análisis se evaluó el comportamiento de las funciones al realizar estimaciones de diámetros tanto en el total de observaciones como para distintas secciones relativas. Los resultados se presentan en la Tabla 7 y en la Figura 2. En ellos se observa que los modelos de Kozak (1988) y Pérez *et al.* (1990) son los que mejores resultados presentan para el total de datos, con valores similares de error y sesgo. Cuando se evalúa el comportamiento por secciones del fuste, los modelos de Kozak (1988) y de Bruce *et al.* (1968) son los que mejores estimaciones realizan en la parte inferior y hasta un 60 % de la altura total. Se debe tener en cuenta que en estas secciones se encuentra la parte más valiosa del árbol.

Finalmente se realizó la evaluación de los modelos en la estimación de alturas para un determinado diámetro; los resultados se presentan en la Tabla 8 y en la Figura 3. Estas alturas fueron estimadas a partir de los modelos mediante un proceso de iteración.

TABLA 5
PARÁMETROS ESTIMADOS Y ESTADÍSTICOS (R^2 , REMC) PARA LOS CUATRO MODELOS AJUSTADOS
Estimated parameters and additional statistics (R^2 , RMSE) for the four models fitted

MODELO	PARÁMETROS								R^2	RMSE
	B0	b1	B2	b3	b4	b5	b6	B7		
Bruce <i>et al.</i> (1968)		0,879	-0,023	0,0304	0,00003	0,00667	-0,0001		0,9845	0,06986
Real y Moore (1986)		-0,577	0,1310	-0,001					0,912	0,09196
Kozak (1988)	-0,1867	1,0031	0,0003	1,7252	-0,3191	3,0568	-1,5360	0,22598	0,9460	0,19538
Pérez <i>et al.</i> (1990)	-0,2628	1,0178	0,6051	-0,053	0,25683				0,9442	0,19862

TABLA 6
COMPARACIÓN ESTADÍSTICA DE LOS DIFERENTES MODELOS PARA LAS ESTIMACIONES DE VOLUMEN TOTAL

Statistical comparison between different models for total volumes predictions

N.º de mediciones	BRUCE <i>et al.</i> (1968)		REAL y MOORE (1986)		KOZAK (1988)		PÉREZ <i>et al.</i> (1990)	
	DIFA (%)	REMC (%)	DIFA (%)	REMC (%)	DIFA (%)	REMC (%)	DIFA (%)	REMC (%)
1391	1,70	8,35	2,94	11,44	0,45	8,40	2,40	8,65

TABLA 7
COMPARACIÓN ESTADÍSTICA DE LOS DIFERENTES MODELOS PARA LAS ESTIMACIONES DE DIÁMETROS

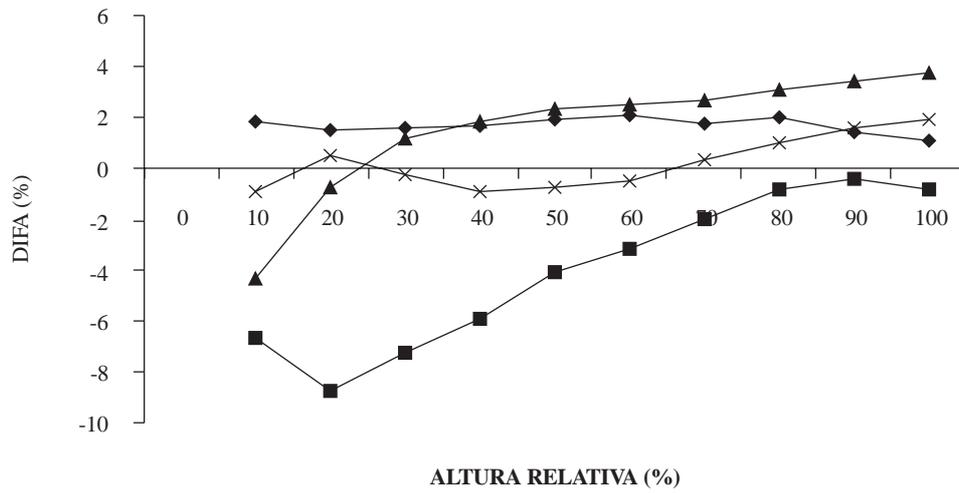
Statistical comparison between different models for diameters predictions

N.º de mediciones	BRUCE <i>et al.</i> (1968)		REAL y MOORE (1986)		KOZAK (1988)		PÉREZ <i>et al.</i> (1990)	
	DIFA (%)	REMC (%)	DIFA (%)	REMC (%)	DIFA (%)	REMC (%)	DIFA (%)	REMC (%)
1391	-2,20	8,90	-1,79	10,70	1,33	7,79	1,69	7,85

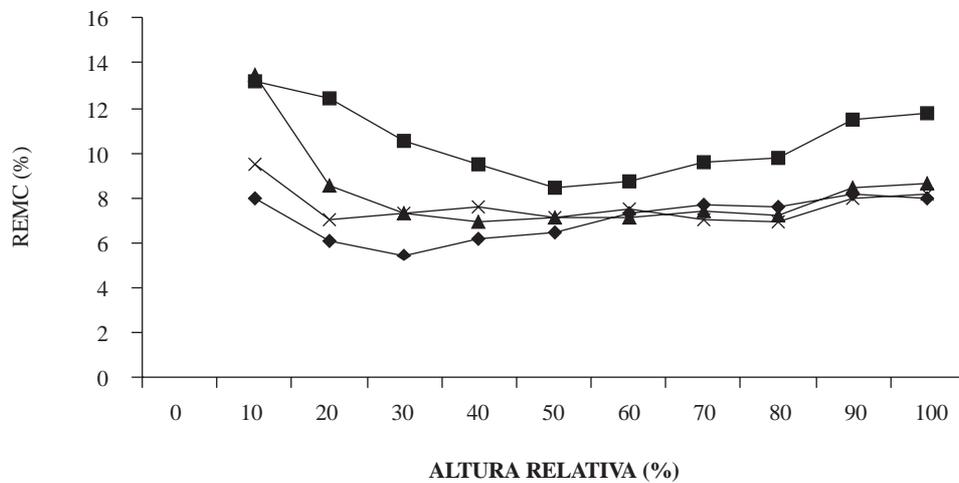
TABLA 8
COMPARACIÓN ESTADÍSTICA DE LOS DIFERENTES MODELOS EN LAS ESTIMACIONES DE ALTURAS PARA DISTINTOS DIÁMETROS

Statistical comparison between different models in height predictions by different diameters

N.º de mediciones	BRUCE <i>et al.</i> (1968)		REAL y MOORE (1986)		KOZAK (1988)		PÉREZ <i>et al.</i> (1990)	
	DIFA (%)	REMC (%)	DIFA (%)	REMC (%)	DIFA (%)	REMC (%)	DIFA (%)	REMC (%)
1446	7,35	17,07	8,77	19,42	11,06	18,49	11,79	19,59



◆ BRUCE ■ REAL&MOORE ▲ PEREZ × KOZAK



◆ BRUCE ■ REAL&MOORE ▲ PEREZ × KOZAK

Fig. 1.—Sesgo y error para las distintas secciones del fuste en la estimación de volúmenes
Bias and error by different stem sections for volume predictions

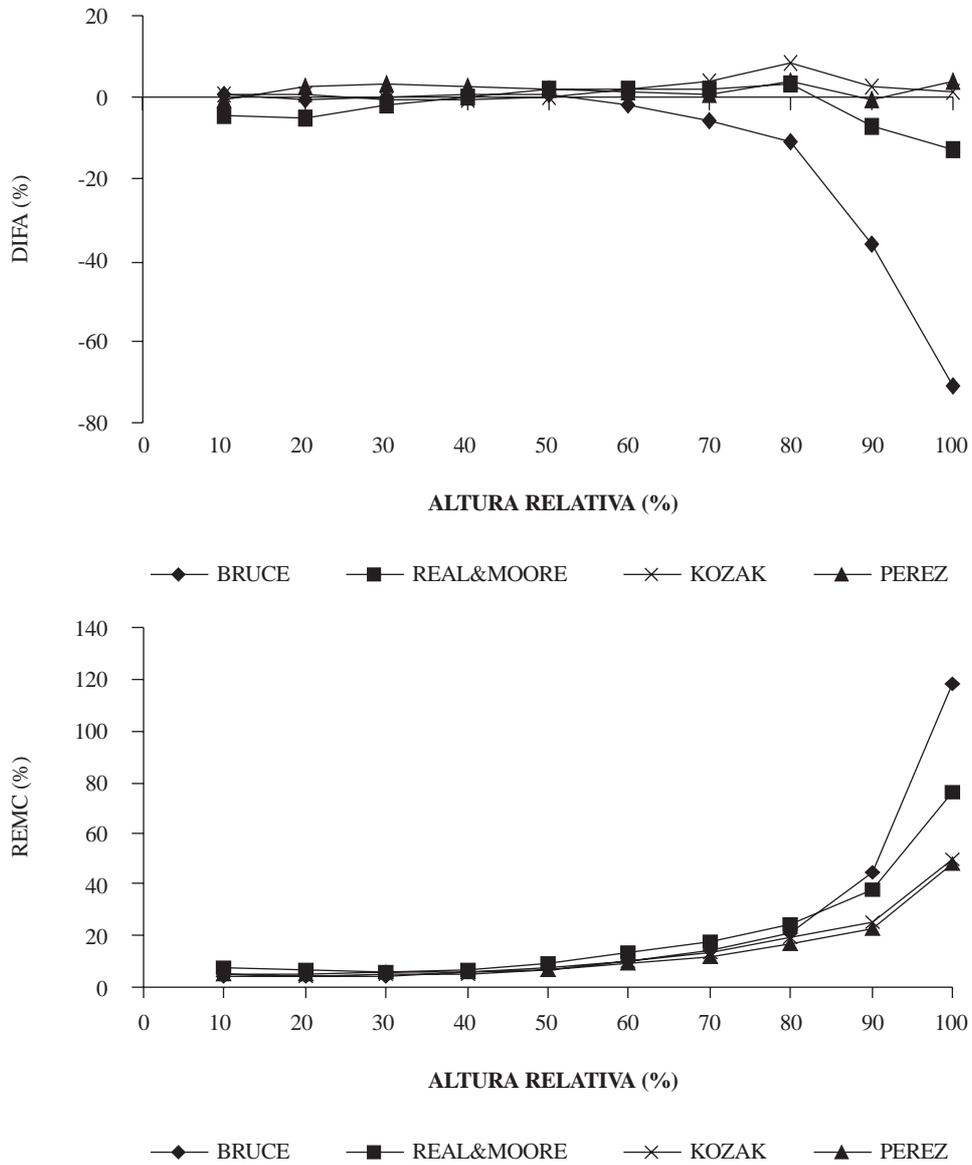


Fig. 2.—Sesgo y error para estimación de diámetros a diferentes alturas relativas
Bias and error by diameter predictions for different relative heights

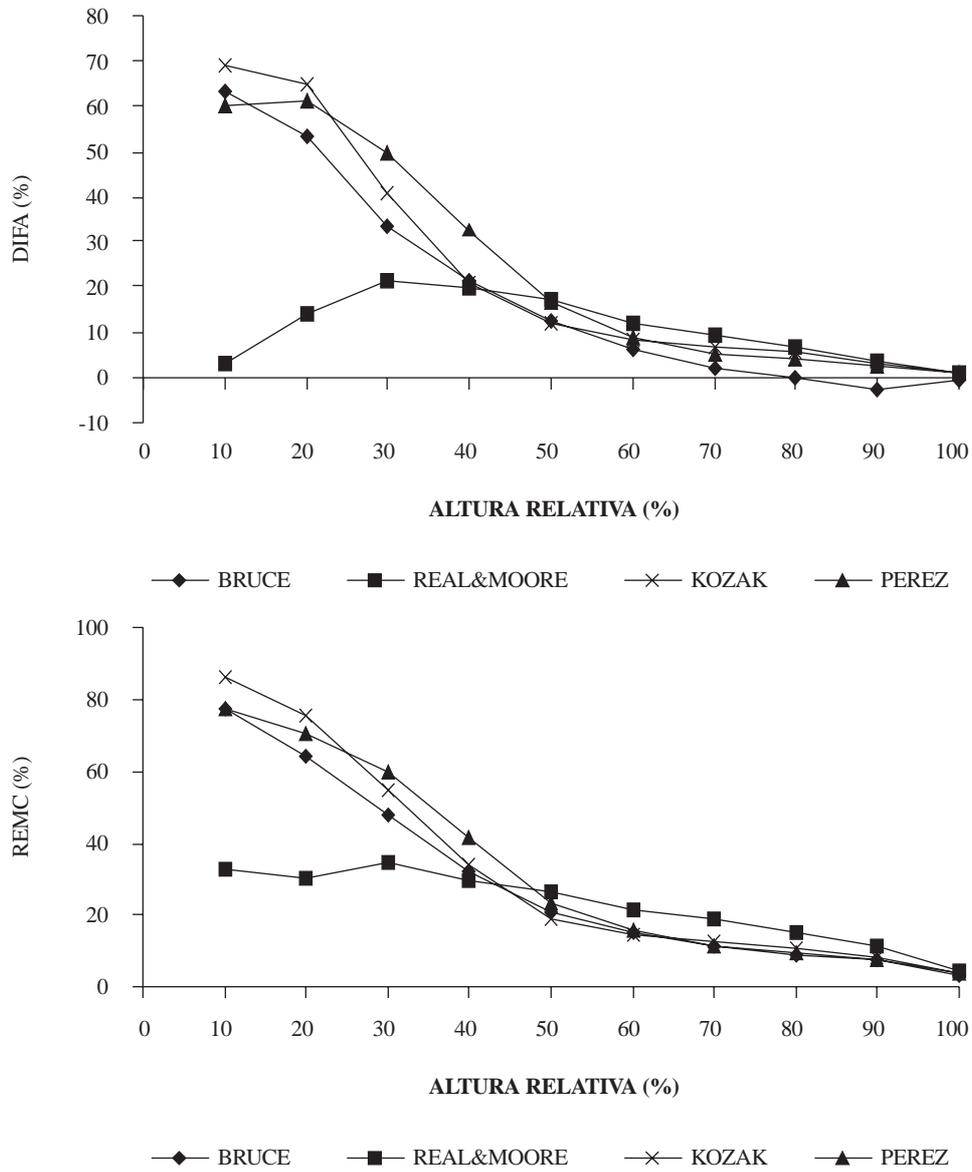


Fig. 3.-Sesgo y error para las distintas secciones del fuste en la estimación de alturas
Bias and error by different stem sections for height predictions

Como se puede observar, ninguno de los modelos presenta un buen comportamiento en la estimación de la altura a la que se encuentra un determinado diámetro, sobre todo en la parte media e inferior del fuste. Si bien los modelos de Bruce *et al.* (1968) y de Real y Moore (1986) son los que mejores estimaciones realizan, presentan altos valores de error y sesgo.

CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que los modelos de Kozak (1988) y Bruce *et al.* (1968) son los que presentan mejor comportamiento tanto en las estimaciones de diámetros como de volúmenes para las distintas porciones del fuste. En este sentido ambos modelos presentan menores valores de error y sesgo con respecto a los otros dos analizados, principalmente en las partes más valiosas del fuste.

Si bien el modelo de Kozak (1988) presenta una leve superioridad por sus menores valores de sesgo en las estimaciones de volúmenes y, principalmente, de diámetros en la parte superior del fuste, ambos modelos mostraron un comportamiento satisfactorio para la especie en el área de estudio.

Se observa la bondad de las funciones de ahusamiento en la estimación de volúmenes y de diámetros a distintas alturas, lo que las convierte en una excelente herramienta para la estimación de posibles productos a obtener del trozado de un árbol. En cambio, no presentan el mismo comportamiento en la estimación de alturas, sobre todo en la porción media e inferior del fuste, donde los valores de error y sesgo son elevados en todos los modelos analizados.

SUMMARY

Evaluation of taper equations models for *Pseudotsuga menziesii* in the Argentina Patagonian Andes

Different taper equations for *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco plantations were evaluated in the Argentina Patagonian Andes. Functions fitted by Bruce *et al.* (1968), Real and Moore (1986), Kozak (1988) and Pérez *et al.* (1990) were tested. Data were collected from 268 trees scattered throughout 68 stands. The models were compared based on their bias and error when predicting volume, diameter and height. The validation was performed on a separate set of data. The best models were those developed by Kozak (1988) and Bruce *et al.* (1968).

KEY WORDS: Taper equations
Pseudotsuga menziesii

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDENMATTEN E., REY M., LETOURNEAU F., 1995. Pino ponderosa [*Pinus ponderosa* (Dougl.) Laws.]. Tabla de volumen estándar de aplicación en la Región Andina de Río Negro y Chubut. Actas de las IV Jornadas Forestales Patagónicas. S. M. de los Andes, Neuquén. Tomo I: 266-271.
- AVERY T.E., BURKHART H.E., 1994. Forest Measurements. 4th Edition. Mc Graw Hill. 407 pp.
- BRUCE D., CURTIS R., VANCOEVERING C., 1968. Development of a system of taper and volume tables for red alder. For. Sci. 14 (3): 339-350.

- CAO Q., BURKHART H., MAX T., 1980. Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. *For. Sci.* 26 (1): 71-80.
- CHAUCHARD L., 1991. Familia de funciones de volumen de lenga (*Nothofagus pumilio* (Poepp. et Endl.) Krasser). Actas de las VI Jornadas Técnicas sobre Inventario, Producción y Crecimiento Forestales. Eldorado, Misiones. 20 pp.
- COFFRE L., 1983. Modelos fustales. Tesis de Grado, Ingeniería Forestal, Universidad Austral de Chile, Valdivia. 46 pp.
- DAVEL M., 1998. Definición y caracterización de zonas de crecimiento para pino oregón en la Patagonia Andina Argentina. Tesis para optar por el grado de Magister en Ciencias Mención Manejo Sustentable de Recursos Forestales en la Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile. 119 pp.
- DEMAERSCHALK J. P., 1973. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. *Can. J. For. Res.* 3 (1): 90-94.
- DEMAERSCHALK J., KOZAK A., 1977. The whole-bole system: a conditioned dual-equation system for precise prediction of tree profiles. *Can. J. For. Res.* 7: 488-497.
- GOULDING C., MURRAY J., 1976. Polynomial taper equation that are compatible with tree volume equations. *N. Z. J. For. Sci.* 3 (3): 313-322.
- KOZAK A., MUNRO D.D., SMITH J.H., 1969. Taper functions and their application in forest inventory. *For. Chron.* 45 (4): 278-283.
- KOZAK A., 1988. A variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.* 18: 1363-1369.
- MAX T.A., BURKHART H.E., 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For. Sci.* 22: 282-289.
- NEWBERRY J.D., BURKHART H.E., 1986. Variable-form stem profile models for loblolly pine. *Can. J. For. Res.* 16:109-114.
- NEWNHAM R., 1988. A variable-form taper function. Information Report PI-X-83. Petawawa National Forest Institute. Forestry Canada. 33 pp.
- NEWNHAM R., 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. *Can. J. For. Res.* 22: 210-223.
- ORMEROD D., 1973. A simple bole model. *For. Chron.* 49: 136-138.
- OSUMI S., 1959. Studies on the stem form of the forest trees. *J. Jpn. For. Soc.* 41: 471-479.
- PÉREZ D., BURKHART H., STIFF C., 1990. A variable-form taper function for *Pinus ocarpa* Schiede in Central Honduras. *For. Sci.* 36 (1): 186-191.
- REAL P., MOORE J., 1986. An individual tree system for Douglas-fir in the Inland-Northwest. «Forest Growth Modelling and Prediction». Proceeding of IUFRO Conference. Minneapolis, Minnesota. USDA Forestry Service General Technical Report NC-120. pp. 1037-1044.
- REY M., ANDENMATTEN E., LÉTOURNEAU F., 1995. Tarifa de volumen para Pino oregón (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco) en la Región Andina de las provincias de Río Negro y Chubut. Actas de las IV Jornadas Forestales Patagónicas. S. M. de los Andes, Neuquén. Tomo I: 306-311.
- TORRUBIANO C., 1994. Funciones de ahusamiento para *Pinus radiata* D. Don. Tesis para optar por el grado de Magister en Ciencias Mención Silvicultura. Universidad Austral de Chile. Facultad de Cs. Forestales. Valdivia, Chile. 96 pp.
- TRINCADO G., GADOW K.V., TEWARI V., 1996. Comparison of three stem profile equations for *Quercus robur* L. *South African Forestry Journal* 177: 23-29.