

COMPARACION ENTRE LOS INDICES DE DISTRIBUCION ESPACIAL DE ARBOLES MAS USADOS EN EL AMBITO FORESTAL

S. CONDES

J. MARTINEZ-MILLAN

Unidad docente Dasometría. ETSI Montes.
28040 Madrid. ESPAÑA

RESUMEN

En este trabajo se hace una revisión de los índices que se utilizan con más frecuencia para distinguir entre los diferentes tipos de distribución espacial de los árboles de una masa forestal: Fisher, Hopkins y Skellam, Byth y Ripley, Batcheler, Clark y Evans, Holgate N y Holgate F.

Se simulan parcelas arboladas con estructuras espaciales uniformes (distribución regular), de Poisson (distribución aleatoria) y doble Poisson (distribución agregada), aplicando a cada una de estas parcelas los índices estudiados. Se hace una comparación entre los índices según su capacidad para discriminar entre los distintos tipos de distribución espacial.

Para cada índice se obtiene un gráfico con tres curvas de densidad de frecuencias de los valores que toman el índice al aplicarlo a parcelas con distribuciones regulares, aleatorias y con agregados, respectivamente. Las zonas de solape entre las curvas son zonas de incertidumbre que incluyen valores que pueden ser indicativos de distribuciones espaciales de tipos diferentes. Se utilizan estas áreas de solape para comparar la eficiencia de los índices estudiados.

El análisis de las áreas de solape entre curvas permite llegar a la conclusión de que es el índice de Byth, Ripley el más adecuado para discriminar entre los diferentes tipos de distribución espacial.

PALABRAS CLAVE: Distribución espacial de los árboles
Simulación

INTRODUCCION

El estudio de la distribución espacial de las masas arboladas es de gran interés en el ámbito de la Dasometría. Por un lado, está relacionada con el crecimiento de los árboles (Pukkala, 1989b) y, por tanto, de las masas arboladas (Pukkala, 1988, 1989a). Por otro con la eficiencia del muestreo en los inventarios forestales en relación con el tipo de muestreo empleado (Christman, 1997) y con la estimación del número de pies por hectárea (Loesth *et al.*, 1973) o de la distribución diamétrica (García, 1992).

Hasta el momento, en España no se han realizado estudios de este tipo, entre otras razones porque la toma de los datos necesarios para llevarlos a cabo resulta muy costosa. Sin

Recibido: 2-6-98

Aceptado para su publicación: 10-9-98

embargo, se ha terminado recientemente el IFN-2 (Segundo Inventario Forestal Nacional) en el que se han tomado los datos de las posiciones de los árboles dentro de cada parcela (ICONA, 1990). Estos datos pueden servir de punto de partida para la investigación de las distribuciones espaciales de las masas forestales españolas.

Se considera generalmente que las masas arboladas pueden responder a alguno de los siguientes tipos de distribución espacial:

- Aleatoria: en esta distribución los árboles están distribuidos al azar en todo el espacio disponible. No existe ningún tipo de interacción entre los mismos. Deben cumplirse dos condiciones para aceptar este tipo de distribución espacial:
 - Todos los puntos del espacio tienen la misma probabilidad de ser ocupados por un árbol.
 - La presencia de un individuo en cierto punto no afecta a la ubicación de otro individuo.

Estos patrones espaciales se representan matemáticamente mediante distribuciones de tipo Poisson.

- Regular: este tipo de distribución es aquella en la que los árboles tienen tendencia a mantener entre sí una distancia más o menos constante. Surge como consecuencia de una repoblación o como respuesta a una fuerte competencia. La representación matemática de este proceso es la distribución uniforme o sistemática (Penttinen *et al.*, 1992).
- Con agregados: como consecuencia de la interacción entre los árboles que componen una masa forestal, o bien como consecuencia de la falta de homogeneidad del terreno, aparecen grupos de árboles alternándose con espacios abiertos. Este tipo de distribución se denomina contagiosa o bien con agregados o “*clusters*”.

La representación matemática más sencilla de este tipo de distribución es una función doble Poisson o Neyman tipo A (Pielou, 1977).

Existen tres grupos de índices que permiten diferenciar entre los tipos de distribución espacial aquí mencionados (Ripley, 1981):

- Índices basados en la discretización del espacio ocupado por los árboles.
- Índices basados en el cálculo de distancias.
- Índices basados en la mapificación de los árboles.

Los índices que pertenecen a los dos primeros grupos no requieren el conocimiento de las posiciones de todos los árboles en la superficie a estudiar, sino que se pueden calcular mediante la toma de los datos necesarios sobre el terreno (en el primer caso mediante el conteo de árboles y en el segundo mediante la medición de distancias entre los pies más próximos). También es posible, tal y como se hace en este trabajo, calcular estos índices sobre parcelas con los árboles mapificados.

Para el cálculo de los índices que pertenecen al tercer grupo es imprescindible que las parcelas estén mapificadas con las posiciones de todos los árboles en su interior.

A continuación, se van a describir los índices más empleados en este tipo de estudios.

Indices basados en la discretización del espacio ocupado por los árboles

Se basan en superponer, sobre la superficie que se está estudiando, unidades de muestreo de forma y tamaño prefijado, contabilizando el número de árboles que caen dentro de cada unidad. Se puede asumir que el número de árboles en cada unidad es una medida de la "intensidad" de la población. La varianza de esta intensidad depende del tipo de distribución espacial de los individuos.

Si se supone un proceso de Poisson (distribución aleatoria) de intensidad λ , la varianza tomará, asimismo, este valor y, por tanto, el cociente entre ambos será igual a 1. Fisher *et al.* (1992) sugieren el siguiente índice:

$$I_F = \frac{s_x^2}{\bar{x}} = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n x_i}$$

donde n es el número de unidades de muestreo y x_i el número de pies en la unidad i .

Valores del índice superiores a la unidad son indicativos de distribuciones con agregados y valores inferiores a 1 indican distribuciones de tipo regular.

El resultado de este índice está muy influido tanto por el tamaño como por la forma de las unidades de muestreo (Pielou, 1977). Greig-Smith (1952) recomienda la superposición de una malla de muestreo con unidades que cubran toda la superficie, más que la superposición aleatoria de dichas unidades sobre el terreno.

Indices basados en el cálculo de distancias

Estos índices están basados en relacionar la distancia entre un árbol elegido al azar y su vecino más próximo (*tree-tree*) con la distancia entre un punto situado al azar y el árbol más cercano (*point-tree*).

Hopkins y Skellam (1954) se basan en el hecho de que si la distribución espacial es aleatoria, la distribución de las distancias entre puntos y árboles es idéntica a la distribución de las distancias entre árboles. Con este fundamento definen el siguiente índice:

$$I_{HS} = \frac{\sum_{i=1}^n d_{pt}^2}{\sum_{i=1}^n d_{tt}^2}$$

donde d_{tt} es la distancia entre un árbol seleccionado al azar y su vecino más próximo, y d_{pt} la distancia entre un punto situado al azar sobre el terreno y el árbol más cercano; n es el número de puntos y árboles tomados al azar. La selección aleatoria del punto i para la medición de la distancia d_{pt} , y la selección del árbol para la medición de la distancia d_{tt} deben ser independientes entre sí.

Este índice toma valores inferiores a 1 en el caso de distribuciones de tipo regular y superiores a 1 al aplicarlo a distribuciones con agregados.

Byth, Ripley (1980) proponen la siguiente modificación del índice anterior:

$$I_{BR} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{d_{pt}^2}{d_{pt}^2 + d_{tt}^2}$$

En el caso de un proceso de tipo Poisson las distancias punto-árbol y las distancias árbol-árbol seguirán la misma distribución lo que implica que el índice tomará el valor 0,5. En el caso de distribuciones con agregados las distancias entre árboles serán menores que las distancias punto-árbol, es decir, el índice tomará valores entre 0,1 y 1. Para distribuciones regulares el índice toma valores inferiores a 0,5.

Estos dos índices son a menudo llamados índices F y N de Hopkins, respectivamente, ya que siguen distribuciones F (2n, 2n) y N ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{12}n$).

Batcheler (1971) propone un índice cuya expresión es similar a la del índice de Hopkins; sin embargo, en este caso no existe independencia entre las mediciones d_{pt} y d_{tt} . El modo de calcularlo es seleccionar un punto al azar en el terreno y buscar la distancia al árbol más cercano (d_{pt}), la distancia al vecino más próximo (d_{tt}) se mide desde dicho árbol:

$$I_B = \frac{\sum_{i=1}^n d_{pt}}{\sum_{i=1}^n d_{tt}}$$

Por supuesto, una distribución de los árboles de tipo regular da como resultado valores del índice más bajos que una distribución con agregados.

Holgate propone en 1965 dos índices que siguen las mismas distribuciones que los índices de Hopkins y Skellam, Byth y Ripley:

$$I_{HN} = \sum_{i=1}^n \frac{d_{pt}^2}{d_{p2t}^2}$$

$$I_{HF} = \frac{\sum_{i=1}^n d_{pt}^2}{\sum_{i=1}^n (d_{p2t}^2 - d_{pt}^2)}$$

donde d_{p2t} es la distancia al segundo árbol más cercano.

Por último, dentro de los índices basados en el cálculo de distancias hay que reseñar el propuesto por Clark y Evans en 1954. Este índice precisa el conocimiento de la densidad

de la población expresada como número de pies por unidad de superficie y una muestra de n valores de las distancias entre un árbol seleccionado al azar y su vecino más próximo.

Sea \bar{d}_{tt} el valor medio de las n distancias y ρ el número de árboles por unidad de área. En el caso de una distribución espacial aleatoria se tiene que \bar{d}_{tt} sigue una distribución normal con media $(2\sqrt{\rho})^{-1}$. Como índice de no aleatoriedad se toma el cociente entre el valor observado de la distancia mínima media y el valor medio esperado. Es decir:

$$I_{CE} = 2\bar{d}_{tt} \sqrt{\rho}$$

En el caso de poblaciones aleatorias el índice tomará el valor 1, mientras que para poblaciones con agregados el valor $I_{CE} < 1$.

Índices basados en la mapificación de los árboles

Este tercer grupo de índices requiere para su desarrollo el contar con los datos de las posiciones de todos los árboles dentro de una superficie suficientemente extensa. Los datos de este tipo son, por un lado, los más representativos, pero también los más costosos.

Los estudios se basan generalmente en la distribución de distancias entre todos los pares de árboles. Se utiliza la función acumulativa de las distancias como herramienta de análisis, ésta se conoce como función K de Ripley o sencillamente función K (Ripley, 1981).

Existe, además, la posibilidad de realizar estudios de correlación espacial y estudios conocidos como "procesos de puntos marcados" en los que intervienen no sólo las distancias entre pies, sino también alguna variable característica de los mismos (diámetro normal o altura generalmente).

No se van a tratar en este trabajo los índices de este último grupo, que será objeto de un estudio posterior más completo.

El objetivo de este estudio es establecer una comparación entre los índices que se han descrito, e indicar cuál de ellos es el más adecuado para llevar a cabo estudios acerca de las distribuciones espaciales de los árboles, bien utilizando los datos de las parcelas del Segundo Inventario Forestal Nacional, bien utilizando otras parcelas con datos de árboles mapificados.

MATERIAL Y METODOS

Para establecer las comparaciones pertinentes entre los índices antes descritos se calculan sus valores sobre simulaciones de parcelas arboladas. Las parcelas simuladas son siempre parcelas cuadradas de 0,25 ha de superficie y con un número de pies por hectárea que varía entre los 50 y los 1000 pies.

Las parcelas simuladas tienen como base las parcelas del Segundo Inventario Forestal Nacional en lo que se refiere al número de pies por hectárea y a la distribución diamétrica de los árboles que las componen. El tipo de distribución espacial de la parcela real no influye en la distribución de la parcela simulada. En las simulaciones se asigna a cada árbol una posición y un diámetro, aunque para el cálculo de los índices que se están estudiando el diámetro no se utiliza.

En total se han realizado 750 simulaciones de parcelas, 250 con cada tipo de distribución (regular, aleatoria y con agregados).

El procedimiento para realizar las simulaciones es el siguiente:

- Distribuciones regulares: se supone que el número de árboles en cada “celdilla unidad” es constante e igual a 1. La simulación se realiza superponiendo sobre la parcela de 0,25 ha una retícula cuadrada, de forma que el número de cuadrados de la retícula coincida con el número de árboles que va a tener la parcela, y se sitúa aleatoriamente un árbol dentro de cada cuadrado de la retícula. En la Figura 1 se presenta un ejemplo de una simulación de este tipo.

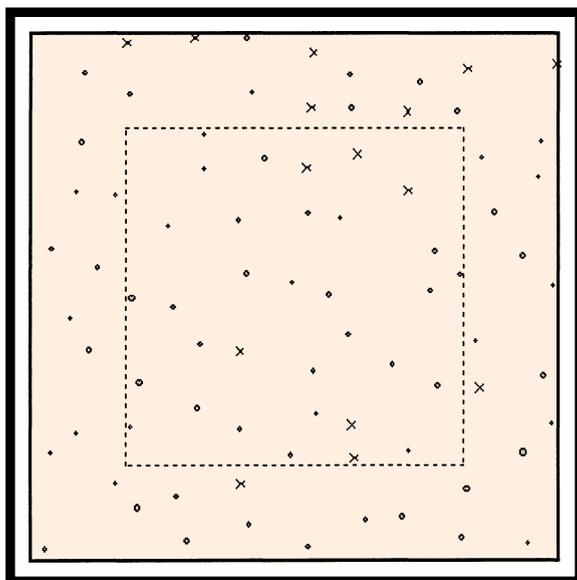


Fig. 1.—Distribución espacial regular
Uniform spatial distribution

- Distribuciones aleatorias: estas parcelas se simulan suponiendo que la distribución de los árboles es de tipo Poisson. Para ello cada árbol se sitúa aleatoriamente dentro de la parcela sin tener en cuenta la posición del resto de los árboles. Es decir para cada árbol se generan aleatoriamente una coordenadas (x, y) dentro de la parcela, repitiendo el procedimiento para el total de los árboles a situar. Se presenta la Figura 2 con un ejemplo de simulación aleatoria.
- Distribuciones con agregados: se realizan simulaciones de distribuciones de tipo doble Poisson. Para cada parcela simulada se toma como punto de partida una de las parcelas del IFN-2. Para ello se sitúa sobre una parcela del IFN-2 una retícula de entre 3 y 5 m de lado y se calcula el número de cuadrados vacíos en la retícula y el valor medio del

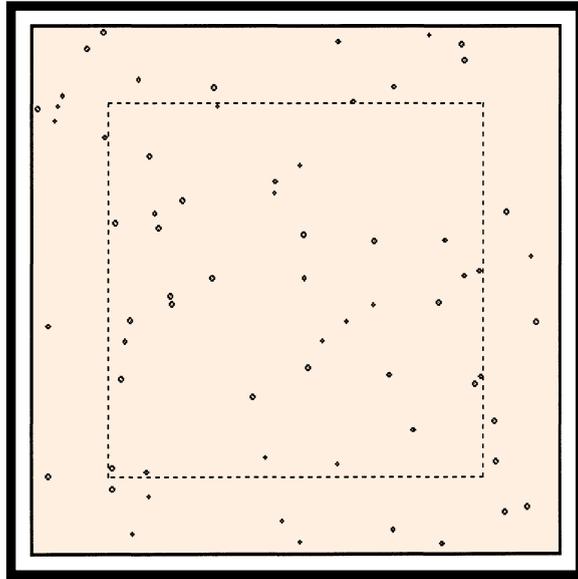


Fig. 2.—Distribución espacial aleatoria
Random spatial distribution

número de pies en los cuadrados no vacíos: λ . A continuación, se coloca sobre la parcela a simular una retícula del mismo tamaño, se calcula proporcionalmente el número de cuadrados que van a contener al menos un árbol y se seleccionan dichos cuadrados aleatoriamente. Para cada uno de ellos se calcula un número de pies (sabiendo que sigue una distribución de Poisson con media λ) y se sitúan los árboles dentro de ese cuadrado de forma aleatoria. La Figura 3 representa una distribución de este tipo.

Estos tres métodos de simulación propuestos por Newnham (1966) resultan ser los más sencillos. Más adelante Newnham (1968) propone nuevos métodos basados en situar una serie de "árboles padre" y el resto de los pies manteniendo una distancia respecto a los primeros. No se considera necesario implementar este tipo de simulaciones para el trabajo que se está realizando.

Una vez realizadas las simulaciones se calculan los valores que toman cada uno de los índices (Fisher, Hopkins, Skellam, Byth, Ripley, Batcheler, Clark, Evans, Holgate N, Holgate F), al aplicarlos a cada simulación:

- En el caso del índice de Fisher se han superpuesto a las parcelas simuladas retículas cuadradas de 2, 3, 4 y 5 m para comparar los efectos del tamaño de la retícula en los resultados del índice.
- En el caso de los índices basados en el cálculo de distancias, por estar trabajando con datos mapificados, ha sido necesario definir un área dentro de la cual no tenga influencia el borde de la parcela. Para ello se ha calculado en cada parcela el valor máximo de las distancias mínimas entre pies, eliminando una franja rectangular de dicho ancho alrededor de la parcela (en las Figuras 1, 2 y 3 aparece delimitada con una línea discontinua la zona de influencia).

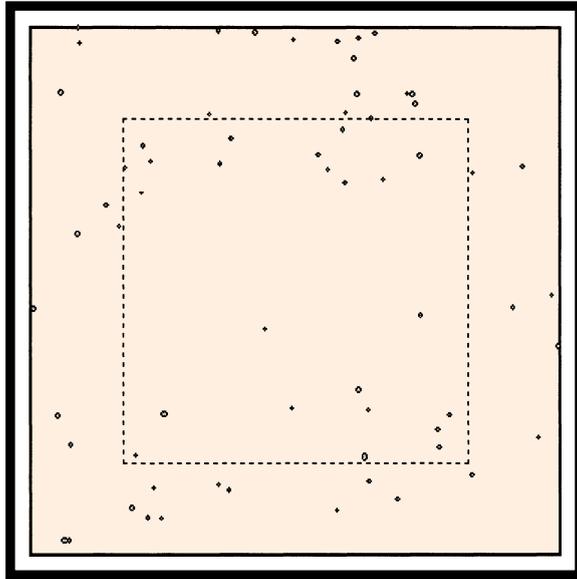


Fig. 3.—Distribución espacial agregada
Cluster spatial distribution

RESULTADOS Y DISCUSION

Se han almacenado en una base de datos los resultados obtenidos. Por tanto, se cuenta con datos de 750 distribuciones espaciales, 250 de cada tipo (regular, aleatoria y agregada) y con los valores que toman cada uno de los índices al aplicarlos a dichas distribuciones.

Con estos datos se han construido para cada índice tres curvas de densidad de frecuencias con los valores que toma al aplicarlo a parcelas con distribuciones regular, distribución aleatoria y distribución agregada, respectivamente.

Las zonas de solape de las áreas encerradas por dichas curvas representan los valores del índice que pueden ser indicativos de diferentes tipos de distribución, es decir, cuanto menor sea dicha área de solape más eficiente es el índice a la hora de discriminar entre diferentes tipos de distribución espacial. En las Figuras 4 a 13 se presentan los resultados obtenidos. Todas las gráficas se han realizado a la misma escala para poderla comparar visualmente.

Las cuatro primeras figuras se corresponden con el índice varianza/media I_F utilizando retículas de 2, 3, 4 y 5 m. En ellas se puede observar cómo al aumentar el tamaño de la retícula disminuye el área de solape. Otros estudios demuestran cómo este índice está influido no sólo por el tamaño de la retícula, sino también por el tamaño de la parcela que se está analizando (Condes, 1997). Se puede decir que se requieren parcelas grandes (de más de 25 m²) y retículas de al menos 5 m de lado para poder distinguir entre distintos tipos de distribución utilizando dicho índice.

Las figuras restantes se refieren a los índices basados en el cálculo de distancias. En primer lugar, se puede observar que los índices de Holgate (F o N), basados en el cálculo

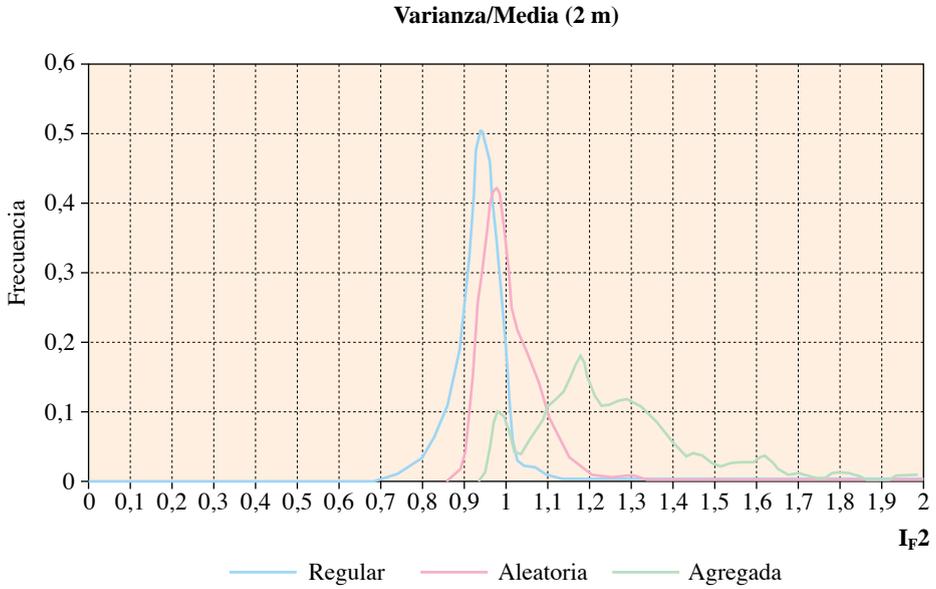


Fig. 4.—Curvas de densidad de frecuencias para el índice de Fisher (retícula de 2 m de lado)
Density functions for the Fisher index (2m grid)

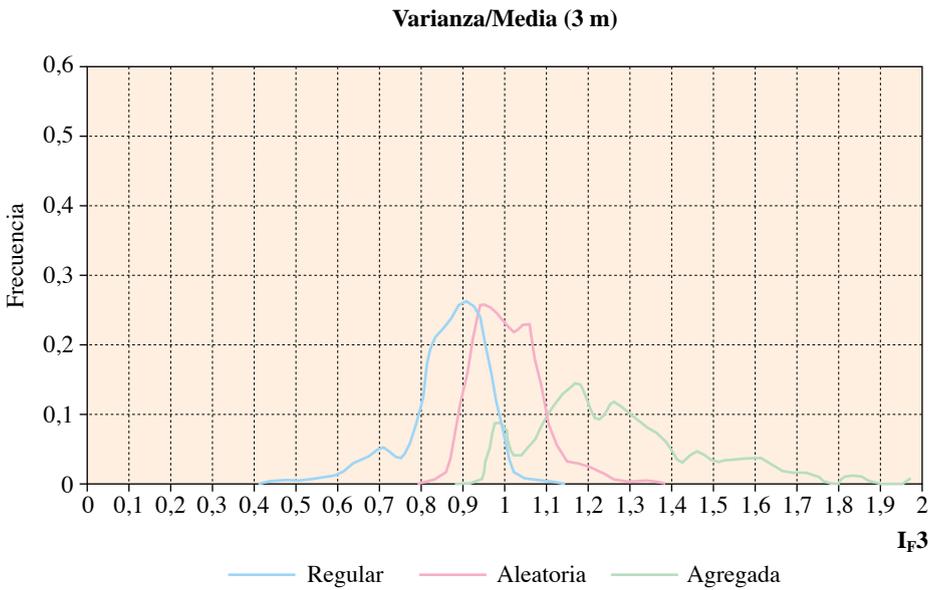


Fig. 5.—Curvas de densidad de frecuencias para el índice de Fisher (retícula de 3 m de lado)
Density functions for the Fisher index (3 m grid)

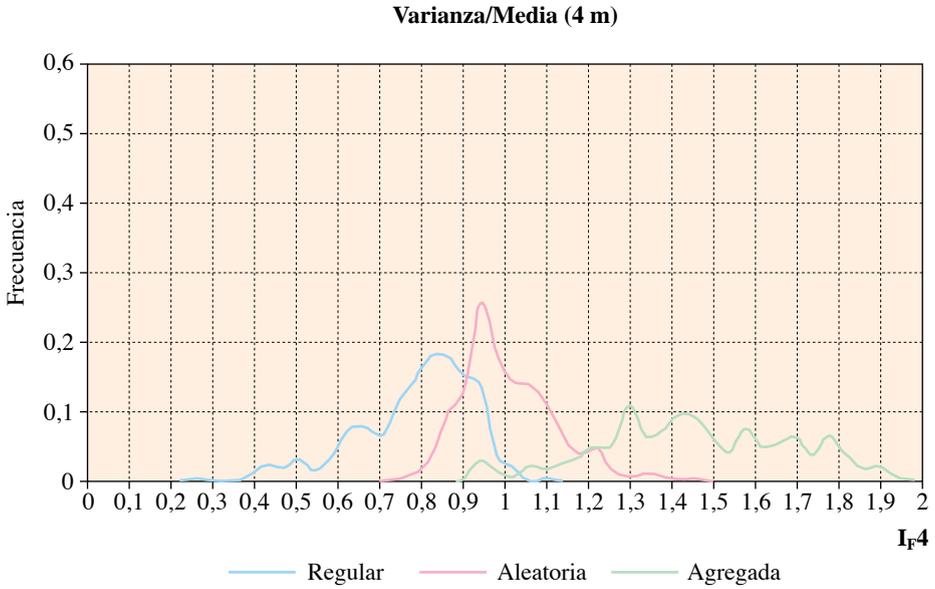


Fig. 6.—Curvas de densidad de frecuencias para el índice de Fisher (retícula de 4 m de lado)
Density functions for the Fisher index (4 m grid)

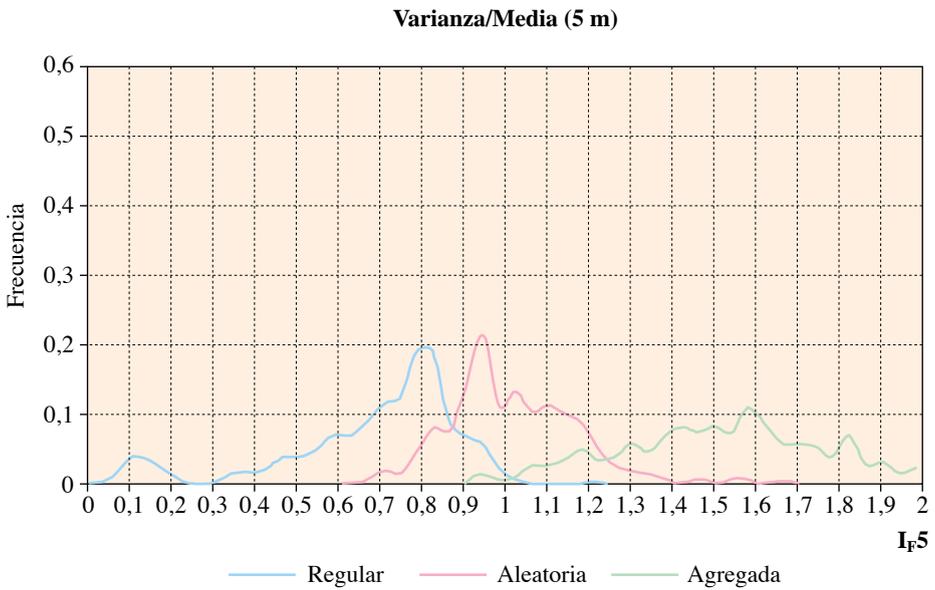


Fig. 7.—Curvas de densidad de frecuencias para el índice de Fisher (retícula de 5 m de lado)
Density functions for the Fisher index (5 m grid)

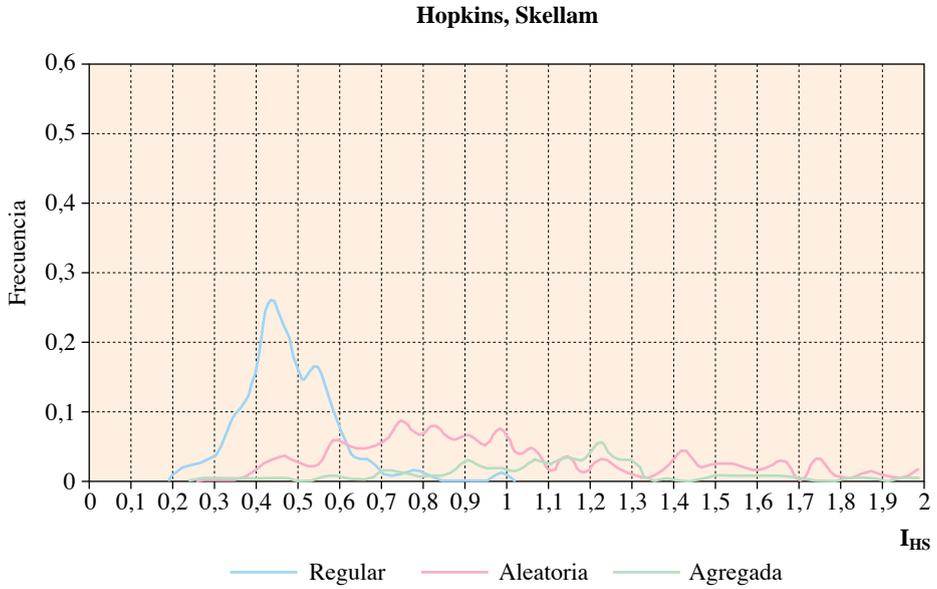


Fig. 8.—Curvas de densidad de frecuencias para el índice de Hopkins, Skellam
Density functions for the Hopkins and Skellam index

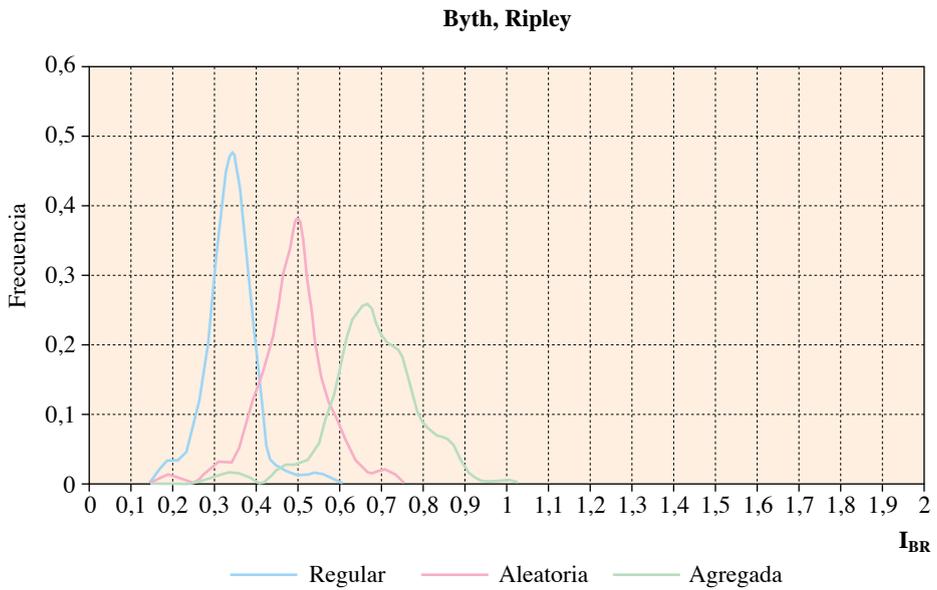


Fig. 9.—Curvas de densidad de frecuencias para el índice de Byth, Ripley
Density functions for the Byth and Ripley index

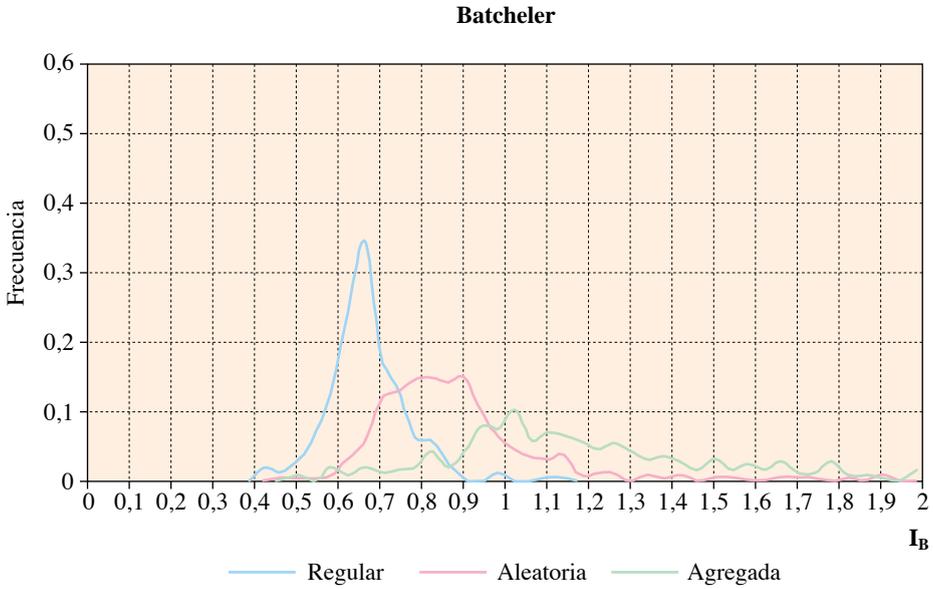


Fig. 10.—Curvas de densidad de frecuencias para el índice de Batcheler
Density functions for the Batcheler index

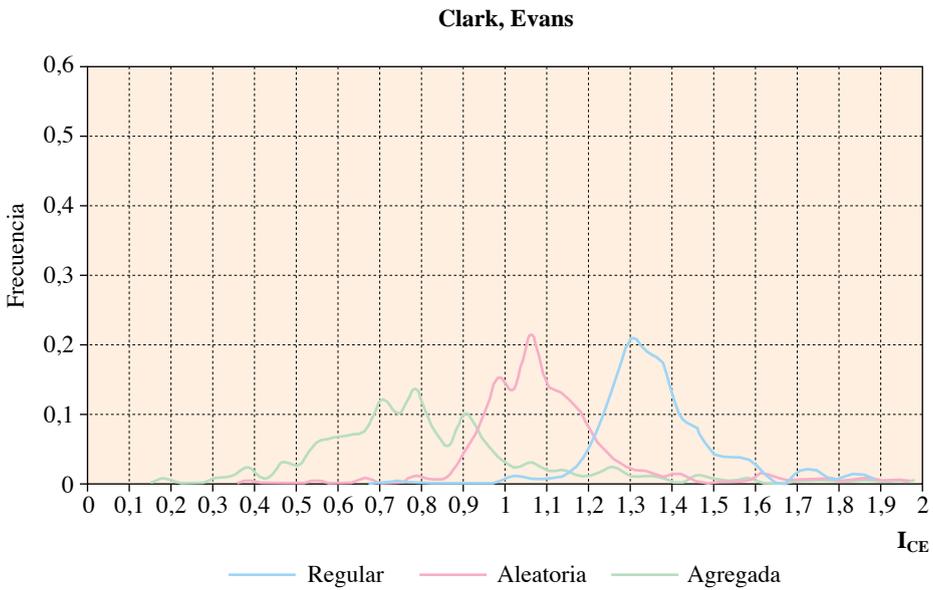


Fig. 11.—Curvas de densidad de frecuencias para el índice de Clark, Evans
Density functions for the Clark and Evans index

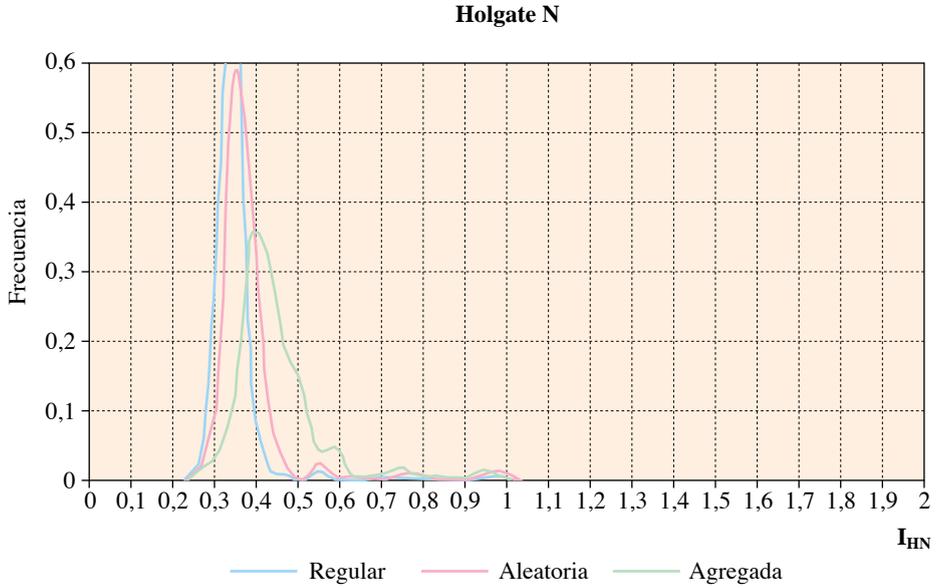


Fig. 12.—Curvas de densidad de frecuencias para el índice N de Holgate
Density functions for the Holgate N index

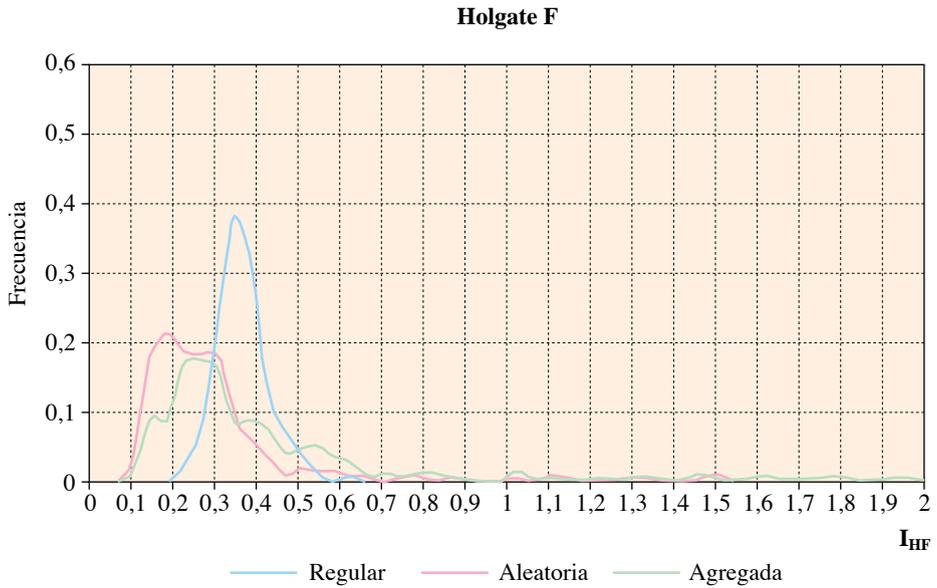


Fig. 13.—Curvas de densidad de frecuencias para el índice F de Holgate
Density functions for the Holgate Findex

de la distancia al segundo árbol más cercano, no son tan eficientes como el resto de los índices estudiados, lo cual coincide con lo expuesto por Ripley (1981).

Las diferencias existentes entre el resto de los índices son menos significativas, el índice de Hopkins y Skellam es menos eficiente en el caso de discriminar entre distribuciones aleatorias y distribuciones agregadas, ya que son las áreas correspondientes a estos tipos las que más se superponen. Sin embargo, es más adecuado que el resto de los índices para determinar el grado de agregación en distribuciones de tipo doble-Poisson.

Los índices de Clark y Evans y Byth y Ripley son los más eficientes, las áreas de solape entre las curvas son las más pequeñas. El primero requiere el conocimiento del número de pies por hectárea lo cual supone una pequeña desventaja respecto al segundo índice. Se ha demostrado, además, que en parcelas de superficie inferior a 0,25 ha el índice de Clark y Evans es claramente menos eficiente (Condes, 1997).

Se puede decir, para concluir, que el índice que resulta más eficiente para la diferenciación entre los tipos de distribución espacial analizados es el índice de Byth y Ripley.

SUMMARY

A comparison between the most important forest spatial pattern indexes

In this paper, a review of the most important spatial distribution of trees indexes is presented: Fisher, Hopkins y Skellam, Byth y Ripley, Batcheler, Clark y Evans, Holgate N, y Holgate F.

Tree plots with different patterns: regular, random and clustered have been simulated. For each plot the spatial distribution indexes are calculated.

In order to estimate the index capacity for discriminating different patterns three frequency curves are represented for each index: (regular, random and clustered). The overlap area between two curves is used as a measure of the index ability for discriminating the correspondent patterns.

According to these overlap areas we conclude that the Byth, Ripley index is the most adequate for the discrimination of tree patterns.

KEY WORDS: Tree spatial distribution
Simulation
Pattern

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- BATCHELKER C.L., 1971. Estimate of density from a sample of joint point and nearest neighbour distances. *Ecology* 52: 353-355.
- BYTH K., RIPLEY B.D., 1980. On sampling spatial patterns by distance methods. *Biometrics* 36: 279-284.
- CHRISTMAN M.C., 1997. Efficiency of some sampling designs for spatially clustered populations. *Environmetrics*. Vol. 8: 145-166.
- CLARK P.J., EVANS F.C., 1954. Distance to nearest neighbour as a measure of spatial relationships in populations. *Ecology* 35: 445-453.
- CONDES S., 1997. Simulación de parcelas arboladas con datos del Segundo Inventario Forestal Nacional. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes de Madrid. 616 pp.
- FISHER R.A., THORNTON H.G., MACKENZIE W.A., 1922. The accuracy of the plating method of estimating the density of bacterial population with particular reference to the use of Thornton's agar medium with soil samples. *Annals of Applied Botany*. 9: 325-359.
- GARCIA O., 1992. What's a diameter distribution? In Minowa M. and Tsuyuki S. (eds.), *Proceedings of the Symposium on Integrated Forest Management Information Systems - An International Symposium - October 13-18, 1991*. Tsukuba, Japan. pp. 11-29. Japan Society of Forest Planning Press.

- GREIG-SMITH P., 1952. The use of random and contiguous quadrats in the study of the structure of plant communities. *Annals of Botany* 16: 293-316.
- HOLGATE P., 1965. Test of randomness based on distance methods. *Biometrika* 52: 345-353.
- HOPKINS B., SKELLAM J.G., 1954. A new method for determining the type of distribution of plant individuals. *Annals of Botany* 18: 213-227.
- ICONA, 1990. Segundo Inventario Forestal Nacional. Explicaciones y Métodos. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación. Servicio de Inventario Forestal.
- LOETSCH F., ZÖHRER F., HALLER K.E., 1973. Forest Inventory. Vol. 2. Ed. BLV Verlagsgesellschaft mbH. München. 70 pp.
- NEWNHAM R.M., 1966. A simulation model for studying the effect of stand structure on harvesting pattern. *Forest Chronicle* 42: 39-44.
- NEWNHAM R.M., 1968. The generation of artificial populations of points (spatial patterns) on a plane. Information Report FMR-X-10. Forest Management Institute. Ottawa, Ontario. 28 pp.
- PENTTINEN A., STROYAND D., HENTTONEN H., 1992. Marked point processes in forest statistics. *Forest Science*. 38 (4): 806-824.
- PIELOU E., 1977. *Mathematical Ecology*. John Wiley & Sons, Inc. 386 pp.
- PUKKALA T., 1988. Effect of spatial distribution of trees on the volume increment of a young Scots pine stand. *Silva Fennica*. 2(1): 1-17.
- PUKKALA T., 1989a. Predicting diameter growth in even-aged Scots pine stands with a spatial and non-spatial model. *Silva Fennica*. 23(2): 101-116.
- PUKKALA T., 1989b. Prediction of tree diameter and height in a Scots pine stand as a function of the spatial pattern of trees. *Silva Fennica*. 23(2) 83-99.
- RIPLEY B.D., 1981. *Spatial statistics*. John Wiley & Sons, Inc. 252 pp.