

DETERMINACION DE LA FORMA EXTERNA DE *PINUS HARTWEGII* LINDL. EN EL NORESTE DE MEXICO

J. JIMENEZ
O. AGUIRRE
M. NIEMBRO
J. NAVAR
A. DOMINGUEZ

Dpto. de Selvicultura y Manejo Forestal. Universidad Autónoma de Nuevo León
Apdo. Postal 41. 67700 Linares N.L. MEXICO

RESUMEN

Se presentan en este trabajo los resultados de una investigación dirigida a establecer la metodología más apropiada para estimar la forma externa del fuste de *Pinus hartwegii* Lindl. Tres modelos de ahumamiento se han utilizado: Regresión polinomial de segundo grado, regresión polinomial de quinto grado y modelo de variable combinada. Los modelos de regresión de quinto y segundo grado son los que mejor se ajustan a la forma externa de los árboles.

PALABRAS CLAVE: *Pinus hartwegii* Lindl.
México Nororiental
Función de ahumamiento
Análisis de fuste

INTRODUCCION

La creciente demanda de productos forestales en México y la progresiva pérdida de los mismos a causa de los distintos factores bióticos y/o antrópicos, ha dado como resultado que exista una gran preocupación por salvaguardar estos recursos naturales mediante un desarrollo integral sostenido.

Teniendo como fundamento el concepto «conservar para aprovechar», es necesario que las personas dedicadas al manejo de los recursos forestales tomen decisiones para lograr optimizar el bosque. Hoy en día, una de las herramientas utilizadas en el sector forestal, es la simulación de procesos a través de modelos matemáticos (Byrne, 1986), por lo que las funciones de ahumamiento resultan de gran importancia en la determinación y evaluación del volumen en especies de tipo arbóreo (Clutter, 1980; Clutter *et al.*, 1983).

El objetivo de este trabajo fue el de establecer una metodología que estimará la forma externa del fuste de *Pinus hartwegii* Lindl. Para cumplir con esto, se seleccionó, dentro de distintos modelos matemáticos, la función de ahumamiento que mejor se ajustó a la forma externa del árbol.

Recibido: 30-9-94

Aceptado para su publicación: 15-12-94

ANTECEDENTES

La forma del fuste de un árbol se define como una figura geométrica semejante a la forma de un cilindro, siendo cóncava en la base para posteriormente ser convexa y concluir con una forma conoidal (Kramer, Akca, 1987; Jiménez, 1988).

La determinación de la forma del fuste de una especie arbórea tiene una gran utilidad en el manejo integral forestal. Su cálculo mediante un modelo matemático hace factible la estimación del volumen en un rodal (Demaerschalk, 1971; Kilkki *et al.*, 1987). Lo anterior se efectúa para los diferentes diámetros que se deseen representar. Así, se obtiene una tabla de volumen para el área en cuestión. De igual forma se trabaja en la elaboración de tarifas (Bruce, 1968).

Las ecuaciones de ahusamiento tienen una gran utilidad en los inventarios forestales porque describen la calidad de los árboles que se encuentran en el bosque. Además de estas ecuaciones se obtienen los estimadores que son necesarios en la realización de los inventarios: volumen total, área basal, diámetro medio, número de árboles, etc. (Kozak *et al.*, 1969).

Asimismo, la estimación del volumen de árboles en pie, es una función utilizada en localidades donde la renta de la tierra tiene un costo y es necesario determinar la producción. Los metros cúbicos del árbol se obtienen basándose en la ecuación de ahusamiento de cada árbol (Van Dausen *et al.*, 1982).

MATERIAL Y METODOS

Pinus hartwegii Lindl. es una especie localizada en las zonas altas del Eje Neovolcánico y de la Sierra Madre Oriental. Sus características morfológicas típicas en la edad madura son: altura que varía entre 15 a 30 metros, en función de la calidad de sitio, la base del árbol tiende a ser muy amplia atenuándose para continuar con una forma cilíndrica; la sección apical de la especie presenta una disminución gradual en diámetro, siendo este proceso acelerado en la última sección.

El área de estudio se ubica en el municipio de Galeana, N.L., México, entre los paralelos 24° 50' y 24° 55' de latitud norte y los 100° 15' y 100° 20' de longitud oeste y se localiza a una altitud aproximada de 2.800 msnm (Fig. 1).

Con lo que respecta a la selección de los individuos, se efectuó después de una evaluación en las distintas categorías diamétricas existentes, por lo que sólo se registraron los árboles promedio en una segunda fase. Para los fines del estudio, se evaluaron 16 árboles-muestra entre las categorías diamétricas de 5 a 45 cm, seleccionándose como mínimo un individuo. En la Tabla 1 se presenta la distribución de la muestra en las diversas categorías diamétricas y de altura. La toma de datos consistió en la medición de la altura total del árbol desde la base hasta el extremo superior del mismo y los diámetros seccionales de un metro (Kramer, Akca, 1987). Los datos se procesaron para la totalidad de los árboles-muestra, subdividiéndose posteriormente en tres grupos, de acuerdo a categorías diamétricas.

Se seleccionaron tres modelos de ahusamiento para el desarrollo de este trabajo. Dichos modelos matemáticos presentan las características que a continuación se mencionan:

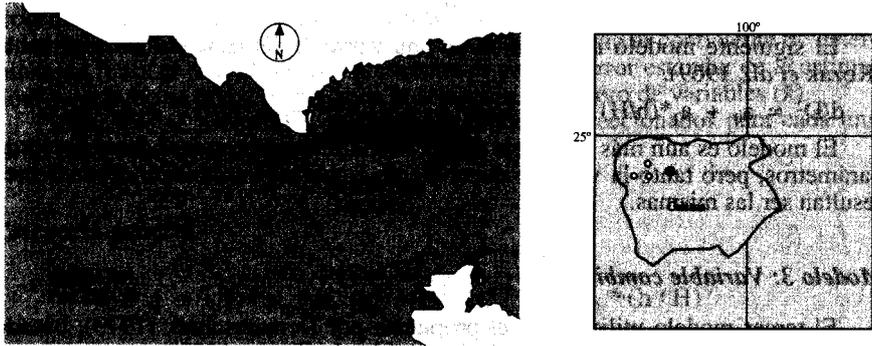


Fig. 1.-Ubicación de la zona de estudio
Study area location

TABLA 1
DISTRIBUCION DE LOS ARBOLES-MUESTRA EN CATEGORIAS
DIAMETRICAS Y DE ALTURA
Distribution of sample trees among diameter and height categories

Diámetro (cm)	Altura (m)								Σ
	2	4	6	8	10	12	14	16	
5	2								2
10		1	1						2
15			1	1					2
20				3					3
25					1				1
30					1				1
35						1			1
40							1	1	2
45								2	2
Σ	2	2	2	3	2	1	1	3	16

Modelo 1: Regresión polinomial de 2.º grado

El modelo matemático propuesto por Kozak *et al.*, en 1969, resulta ser un modelo de regresión polinomial de 2.º grado.

$$d/D^2 = a_0 + a_1*(h/H) + a_2*(h/H)^2$$

Es un modelo simple donde la variable dependiente está representada por el cociente entre el diámetro a una altura determinada (d) y el diámetro a 1,3 m (D) al cuadrado. Las variables independientes están caracterizadas por la división de la altura de la sección (h) y la altura total del árbol (H).

Modelo 2: Regresión polinomial de 5.º grado

El siguiente modelo matemático es una variante del descrito anteriormente (Kozak *et al.*, 1969).

$$d/D^2 = a_0 + a_1*(h/H) + a_2*(h/H)^2 + a_3*(h/H)^3 + a_4*(h/H)^4 + a_5*(h/H)^5$$

El modelo es aún más complejo que el Modelo 1 por presentar una adición de parámetros, pero tanto la variable dependiente como las variables independientes resultan ser las mismas.

Modelo 3: Variable combinada

El tercer modelo utilizado es el propuesto por Demaerschalk (1973), basado en la ecuación de volumen de la variable combinada (Spurr, 1952).

$$d/D^2 = a_0*(h^{a_1}/(D^{2*} H^{a_1+1})) + a_2*(h/H)^{a_3}$$

Donde: $a_0 = a(a_1 + 1)/0,000007854$
 $a_1 = a_1$
 $a_2 = b(a_3 + 1)/0,00007854$
 $a_3 = a_3$

La bondad de ajuste de los modelos matemáticos anteriores se probó tanto para la totalidad de árboles.

RESULTADOS

Del procesamiento de los datos para los diferentes modelos se obtuvieron los valores de coeficiente de determinación (r^2), así como el error estándar de la estimación absoluto ($S_{y,x}$) y porcentual ($S_{y,x\%}$) (Draper, Smith, 1981). Tales valores, así como el número de variables independientes se anotan en la Tabla 2.

TABLA 2
CUADRO SINOPTICO DE RESULTADOS ESTADISTICOS
DE LOS MODELOS DE PREDICION

Table of statistical tests for prediction models

N.º	Categoría	Modelo	r^2	$S_{y \cdot x}$	$S_{y \cdot x} \%$	N	K
1	General	1	0,8511	0,1317	24	134	2
2	General	2	0,8504	0,1320	24	134	5
3	General	3	0,9183	0,0974	18	134	2
4	Inferior	1	0,5960	0,2546	38	18	2
5	Inferior	2	0,5580	0,2663	40	18	5
6	Inferior	3	0,9673	0,0724	10	18	2
7	Intermedia	1	0,9612	0,0680	13	46	2
8	Intermedia	2	0,9596	0,0695	13	46	5
9	Intermedia	3	0,9267	0,0935	17	46	2
10	Superior	1	0,9419	0,0773	14	70	2
11	Superior	2	0,9419	0,0773	14	70	5
12	Superior	3	0,9380	0,0799	15	70	2

Una vez analizados los resultados obtenidos para cada una de las funciones se procedió a seleccionar el mejor modelo para la totalidad de la muestra y cada uno de los grupos por categoría, de acuerdo con criterio de que el coeficiente de determinación fuese el más alto y que presentara el un bajo error estándar de la estimación. Asimismo se tuvo en cuenta en la selección el número de variables (k).

Finalmente se procedió a describir los modelos seleccionados para cada una de las categorías descritas:

Categoría general

$$d = \sqrt{D * a_0 * a_1 * (h^p / (D^{2*} H^{p+1})) + a_2 * (h / H)^q}$$

$$a_0 = 0,7432 \quad a_1 = 33,4447 \quad a_2 = -1,1109$$

$$p = 0,4000 \quad q = 1,4000$$

Categoría inferior

$$d = \sqrt{D * a_0 * (h^p / (D^{2*} H^{p+1})) + a_2 * (h / H)^q}$$

$$a_0 = 0,8158 \quad a_1 = 13,0464 \quad a_2 = 0,8520$$

$$p = -1,3884 \quad q = 2,0705$$

Categoría intermedia

$$d = \sqrt{D * a_0 + a_1 * (h / H) + a_2 * (h / H)^2}$$

$$a_0 = 1,2857 \quad a_1 = 1,8050 \quad a_2 = 0,5214$$

Categoría superior

$$d = \sqrt{D * a_0 + a_1 * (h / H) + a_2 * (h / H)^2}$$

$$a_0 = 1,0821 \quad a_1 = 1,0268 \quad a_2 = -0,0704$$

En las Figuras 2, 3, 4 y 5 aparecen los perfiles de los árboles correspondientes a las categorías general, inferior, intermedia y superior, respectivamente.

CONCLUSIONES

Cuando se comparan los modelos empleados para los datos en general y para la categoría diamétrica inferior, se observa que las funciones matemáticas que mejor ajuste presentan son el modelo de variable combinada. Los siguientes

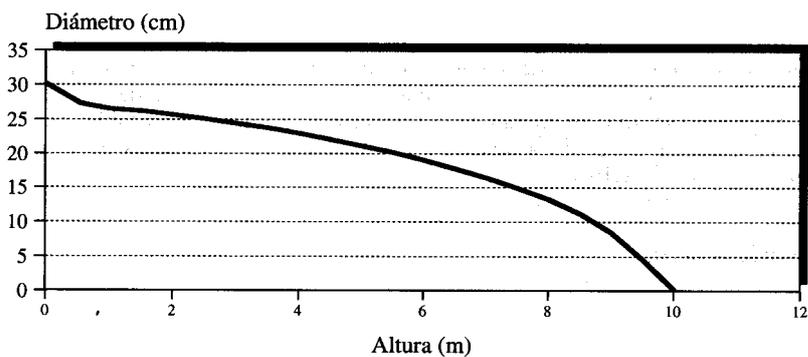


Fig. 2.—Perfil del árbol para la categoría general
Log profile for general category trees

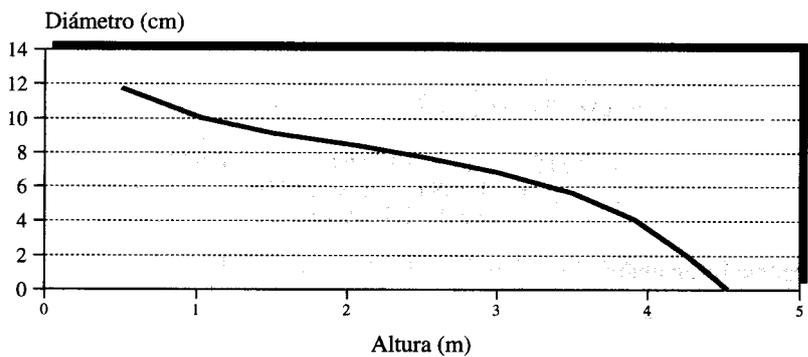


Fig. 3.—Perfil del árbol para la categoría inferior
Log profile for lower category trees

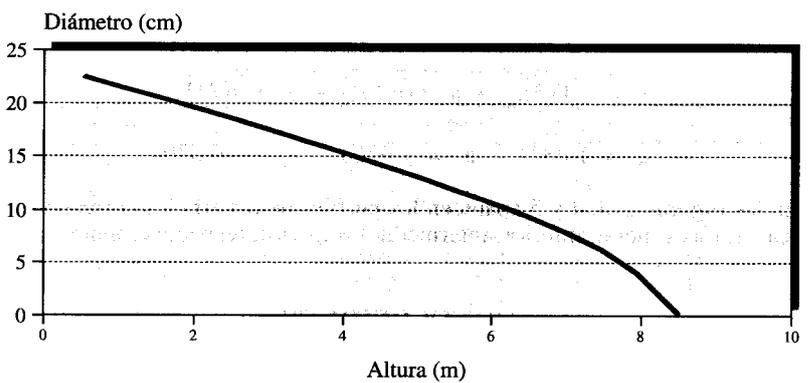


Fig. 4.—Perfil del árbol para la categoría intermedia
Log profile for intermedium category trees

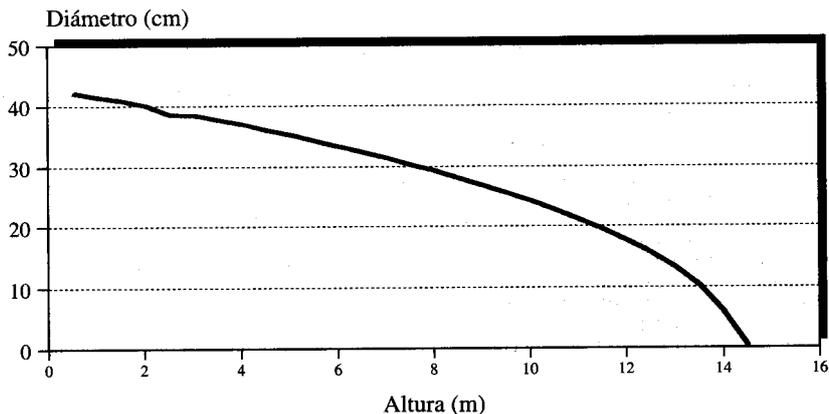


Fig. 5.—Perfil del árbol para la categoría superior
Log profile for upper category trees

modelos que mejor se adaptan a la forma externa del fuste del árbol en las categorías intermedia y superior es el modelo propuesto por Kozak *et al.*, (1969), siendo éste una función del tipo polinomial (regresión polinómica de 2.º grado).

Por lo general, los modelos matemáticos presentan una subestimación en la base del árbol. Lo anterior se fundamenta en que la especie *Pinus hartwegii* Lindl. presenta en su primera sección un perfil bastante cóncavo, el cual posteriormente se transforma en cilíndrico. En la sección intermedia del árbol, los modelos de ahusamiento predicen con un error mínimo los diámetros para cada una de las categorías. En la categoría general, los modelos matemáticos tienden a sobrestimar el diámetro. Lo anterior es debido a la forma típica de esta especie que presenta una reducción acelerada en el diámetro en las últimas secciones del árbol. Esta característica se observa en las categorías inferiores e intermedias, donde la tendencia es a sobrestimar el diámetro del árbol. En la categoría superior, sin embargo, existe una subestimación del diámetro.

SUMMARY

Log shape determination of *Pinus hartwegii* Lindl. in Northeastern Mexico

This paper presents the results obtained in a research project aiming the establishment of an appropriated method for determining the stem shape of *Pinus hartwegii* Lindl. trees. Three taper equation models have been tested: Polinomial regression of second degree, polinomial regression of fifth degree and combined variable model. Second and Fifth degree regression models are the best ones for stem shape fitting.

KEY WORDS: *Pinus hartwegii* Lindl.
Northeastern Mexico
Taper equation
Stem shape analysis

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- BRUCE D., CURTIS R., VANCOEVERING G., 1968. Development of system of taper and volume tables for red alder. *For. Sci.*, 339-350.
- BURKHART H. *et al.*, 1985: Incorporating crown ratio into taper equations for loblolly pine trees. *For. Sci.* (31) 2, 478-484.
- BYRNE J. C., 1986. Complex compatible taper and volume estimation systems for red and loblolly pine. *For. Sci.* 32 (2), 423-443.
- CLUTTER J. L., 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *For. Sci.* (26) 1, 117-120.
- CLUTTER J. L., FORTSON J. C., PIENAAR L. V., BRISTER G. H., BAILEY R. L., 1983. Timber management a quantitative approach. John Wiley, Sons, N.Y., 333.
- DEMAERSCHALK J. P., 1971. Taper equations can be converted to volume equations and point sampling factor. *For. Chron.* 47 (6), 352-354.
- DEMAERSCHALK J. P., 1973. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. *Can. J. For. Res.* (3), 90-94.
- DRAPER N., SMITH H., 1981. Applied regression analysis. Second edition. Wiley Interscience, 709.
- JAMES C. A., KOZAK A., 1984. Fitting taper equations from standing trees. *For. Chron.* 61 (4), 157-161.
- JIMENEZ J., 1988. Elaboracion de tablas y tarifas de volumen para fuste limpio de *Pinus pseudostrobus* Lindl. y *Pinus teocote* Schel. et Cham. En una fraccion de la Sierra Madre Oriental en el Noreste de México. Facultad de Ciencias Forestales, UANL, 104.
- KILKKI P., LAPPI J., 1987. Estimation of taper curve using stand variables and sample tree measurements. *Scand. J. For. Res.* 2, 121-126.
- KOZAK A., MUNRO D. D., SMITH J. H., 1969. Taper functions and their application in forest inventory. *For. Chron.* 45, 278-283.
- KRAMER H., AKCA A., 1987. Leitfaden für Dendrometrie und Bestandesinventur. J. D. Sauerlander's Verlag, Frankfurt, 287.
- SPURR S., 1952. Forest Inventory. Ronald Press, N.Y., 43-202.
- VAN DEUSEN P. C., MATNEY T. G., SULLIVAN A. D., 1982. A compatible system for predicting the volume and diameter of sweetgum trees to any height. *South. J. App. For.*, 186-189.